ANALISIS DEL LENGUAJE MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES INGRESANTES A CARRERAS DE INGENIERÍA

Sastre Vázquez, P.[(1)] y **D`Andrea, R.E.**[(2)]

(1) Universidad Nacional del Centro de la Pcia. de Bs.As. Facultad de Agronomía. Azul. Argentina
(2) Universidad Católica Argentina. Facultad de Química e Ingeniería. Rosario. Argentina.
pasava2001@yahoo.com.ar; rodolfoedandrea@yahoo.com.ar

Palabras Claves: lenguaje matemático; Ingeniería, ingresantes, dificultades; simbología

RESUMEN

El uso adecuado del lenguaje matemático en los estudiantes universitarios que ingresan a carreras de Ingeniería es vital a la hora del abordaje de los cursos de Matemática que les corresponden a esas carreras. Es importante específicamente en la comprensión y apropiación de las definiciones; axiomas; y los procesos de validación de proposiciones tales como la verificación, y la demostración. Los procesos descriptos constituyen la estructura teórica de cada contenido matemático, que debe ser comprendido y apropiado por el estudiante. El presente estudio forma parte de la primera etapa de un proyecto de investigación que se realizará de manera conjunta entre docentes de la Facultad de Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Arires (UNCPBA) y docentes de la Facultad de Química e Ingeniería "Fray Rogelio Bacon" de UCA ROSARIO, cuyo objetivo es analizar si el dominio del lenguaje matemático que el estudiante tiene al ingresar a una Ingeniería propicia el desarrollo de una adecuada estructura cognoscitiva. ¿Incide éste en la representación que el alumno tiene de los objetos matemáticos, en la retención de conceptos y en el desarrollo de capacidades operativas? ¿ Incide éste en los procesos de validación? En particular, el tema de interés de este trabajo es analizar la capacidad del estudiante para la traslación (traducción) entre los registros de expresiones verbales o escritas (lenguaje proposicional) y su representación a lenguaje algebraico (uso de símbolos matemáticos).

INTRODUCCIÓN

Es de destacar la importancia que representa el lenguaje para la educación en general y, más específicamente en el área de matemática, debido a que la comprensión del mismo le va a permitir al estudiante entender e interpretar, el código utilizado por el docente, en el desarrollo de una clase, en un texto o cualquier otro material educativo.

El lenguaje se manifiesta como un instrumento esencial en la formación de conceptos y procedimientos matemáticos. Éste no sólo cumple la función comunicativa cuya única finalidad es llevar a buen término el entendimiento entre profesor y estudiante, sino que debe pensarse como un entorno de análisis y optimización de la actividad matemática

Desde el punto de vista de la comunicación la característica más importante de la Matemática es su lenguaje riguroso, el cual está ligado al hecho de que sus conceptos son entes abstractos cuyas representaciones están determinadas tanto por la semiótica como por la noética (Duval, 1998) y por lo tanto las relaciones de los símbolos y signos dependen del dominio conceptual en el que se encuentren.
Las expresiones matemáticas por sencillas que sean son registros semióticos que determinan significados (semántica), sin importar la forma en la que están representados (sintaxis). Éstos significados están mediados por conceptos fundamentales que son la base de la construcción del saber matemático

La resolución de los problemas matemáticos depende en principio de la comprensión del enunciado y luego de la conversión de las informaciones que se presentan: se debe pasar de una descripción discursiva de los objetos a una escritura simbólica (numérica o literal) de sus relaciones, es decir, a un modelo simbólico de la situación. No debe pensarse que este pasaje es automático y directo y que el estudiante, incluso pudiendo trabajar eficazmente en los registros de partida y de llegada efectuando tratamientos de las representaciones, por separado, pueda lograr la conversión entre registros. (Sastre Vázquez et al, 2008). Una parte importante de las dificultades de los estudiantes ante la resolución de problemas se debe a no poder dar "el primer paso", el que se considera básico y fundamental, que es la lectura comprensiva del enunciado del problema, su interpretación acabada, que es la base sobre la cual deberá construirse la posterior resolución, que también puede presentar problemas, pero de otro tipo.(Sastre Vázquez et al, 2008).

Entre las numerosas dificultades con que ingresan los estudiantes a la Universidad, se desataca la incapacidad para expresar sus conocimientos y sus ideas comunes, en el lenguaje corriente. Los estudiantes no son capaces de redactar en forma conexa, desconocen en general los sinónimos y emplean un vocabulario carente de claridad y precisión.

Por otra parte, si se considera a la Matemática como una manifestación semiótica, Radford (1997), entonces sus elementos generan significados sintácticos y semánticos en un lenguaje simbólico, el cual podría considerarse equivalente al lenguaje natural de un individuo. Sin embargo los estudiantes no transponen automáticamente el lenguaje natural que utilizan habitualmente al sistema de escritura matemática. Esta característica particular hace que el lenguaje matemático cree dificultades en: la comprensión de los conceptos matemáticos, la forma como se relacionan éstos y el uso de los mismos en la resolución de problemas.

Este trabajo se encuentra enmarcado en un Proyecto Conjunto de Investigación entre docentes de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Facultad de Agronomía y de la Universidad Católica Argentina, Facultad de Química e Ingeniería de Rosario, Provincia de Santa Fe: *"Análisis del Lenguaje Matemático y su influencia en los procesos de Validación en estudiantes universitarios de Ingeniería"*.

El objetivo de dicho Proyecto es caracterizar las dificultades y obstáculos en la comprensión del lenguaje matemático y natural, en los estudiantes que ingresan a la Universidad, y la influencia de estos, en los procesos de validación. Asimismo, se pretende proponer alternativas de solución, haciendo un aporte a los estudiantes de ingenierías con problemas similares. Como parte del citado Proyecto se tiene previsto realizar un estudio sobre el conocimiento que tienen los estudiantes del lenguaje matemático al ingresar a la Universidad. Para lograr esta meta se realizarán, durante el año 2011, encuestas entre los estudiantes ingresantes. En el presente trabajo de aplica una encuesta piloto y se analizan los resultados obtenidos. La Encuesta Piloto se planteó como primera experiencia en la obtención y tratamiento de la información estadística, necesaria para llevar adelante el Proyecto de Investigación Conjunto.

Con los resultados de la encuesta se intenta caracterizar las dificultades y obstáculos en la comprensión del lenguaje matemático y natural, en los estudiantes que ingresan a la Universidad. Asimismo se pretende que los estudiantes, al enfrentarse con las preguntas, tomen conciencia de las lagunas que tienen con el fin de crear en ellos la necesidad de implicarse en acciones que les permitan solventar sus carencias frente a los cursos de Matemática universitaria. Los objetivos específicos que se intentan alcanzar son:

- Determinar el nivel de comprensión que sobre los símbolos y signos matemáticos tienen los estudiantes en el momento de ingresar a la Universidad.
- Establecer las dificultades que tienen los estudiantes al leer: una expresión matemática, las representaciones de un concepto, los significados de los símbolos y signos matemáticos.

METODOLOGIA

Para obtener la información necesaria se aplicó una encuesta-diagnóstico, sobre el dominio del lenguaje algebraico que consistió en un cuestionario, donde uno de los objetivos fue conocer los antecedentes académicos de los estudiantes inscriptos, así como la habilidad para trasladar expresiones verbales ordinarias a lenguaje algebraico. La encuesta se aplicó a los estudiantes que se encontraban realizando el Curso propedéutico obligatorio, cuya realización y aprobación los habilita para ingresar a la Universidad.

Debe destacarse que el test empleado para el análisis que se propone está inspirado en la propuesta de Ortega (2002) con las modificaciones y adaptaciones que se consideraron necesarias para esta investigación.

La primera parte de la encuesta consistió en lo siguiente: datos personales del estudiante, la calidad de la enseñanza matemática recibida, grado de utilidad que le asigna a la Matemática, y su predisposición y gusto por la misma. En la segunda parte, se averiguó sobre cuestiones concretas relativas al lenguaje matemático: el grado de conocimiento del significado de los símbolos más usuales y de los enunciados que suelen aparecer en textos matemáticos.

Las preguntas de la segunda parte estaban referidas al:

1) Conocimiento de símbolos matemáticos: Se solicitó a los estudiantes que indicaran el significado de diez símbolos matemáticos o logogramas (Pimm, 1990):

$\forall \exists \in \subset \notin \Rightarrow \Leftarrow \sum \cup \cap$ Además se les preguntó si éstos les resultaban familiares y si alguna vez los habían utilizado.

2) Conocimiento de las diferencias entre distintas definiciones matemáticas: Se pidió relacionar diez conceptos: definición, teorema, hipótesis, contraejemplo, tesis, proposición, demostración, ejemplo, axioma silogismo, con la descripción más adecuada.
3) Escribir en lenguaje normal una expresión matemática dada. logogramas (Pimm, 1990).
4) Escribir en lenguaje matemático una expresión, relacionada con conceptos matemáticos, y proporcionada en lenguaje normal.

El procedimiento de categorización de las respuestas fue el siguiente:
Se clasificaron las respuestas en tres categorías: Mal, Regular y Bien, para la segunda parte de la encuesta y en seis categorías para de los ítems de la primera parte. Estas categorías se presentan porcentualmente en tablas y en forma de gráfica. Se destacan que los porcentajes de alumnos que No Contestan fueron nulos en todos los casos.

RESULTADOS
En total se obtuvieron datos sobre 71 estudiantes, de los cuales el 36,6% fueron mujeres y el 63,4 varones.
Resultados sobre la preparación recibida y predisposición ante las matemáticas de los alumnos encuestados

Tabla 1 : Porcentajes de categorías de respuestas respecto a la predisposición hacia la Matemática

Calidad de la enseñanza recibida

	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Muy mala	0	0
Mala	4,2	4,2
Regular	12,7	16,9
Buena	53,5	70,4
Muy buena	29,6	100,0

Solo el 17 % de los estudiantes considera haber tenido una calidad de enseñanza que califica como mala o regular. La mayoría, 53 %, considera que ha recibido una buena enseñanza y el 30% restante piensa que la calidad de enseñanza recibida fue muy buena.

¿Te gusta la Matemática?

	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada	0	0
Poco	4,2	4,2
Más o menos	21,1	25,4
Bastante	54,9	80,3
Mucho	19,7	100,0

La mayoría de los estudiantes, el 55% de ellos, manifiesta que le gusta bastante la matemática. El 20% dice le gusta mucho, mientras que 26% confiesa que la Matemática le gusta mas o menos, poco o nada.

¿Te resulta fácil?

	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Muy difícil	0	0
Difícil	7,0	7,0
Más o menos	25,4	32,4
Fácil	36,6	69,0
Muy fácil	31,0	100,0

Al 32% de los alumnos la Matemática le resulta difícil o más o menos difícil. Para el 37 % es una asignatura fácil y la consideran muy fácil el 31% de los estudiantes.

¿Te parece interesante?

	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada interesante	0	0
Poco interesante	1,4	1,4
Más o menos interesante	22,5	23,9
Bastante interesante	52,1	76,1
Muy interesantes	23,9	100,0

La mayoría cree que la Matemática es bastante interesante (52%) o muy interesante (25%), mientras que un 24% piensa que poco, o mas o menos interesante.

¿Te resulta útil?

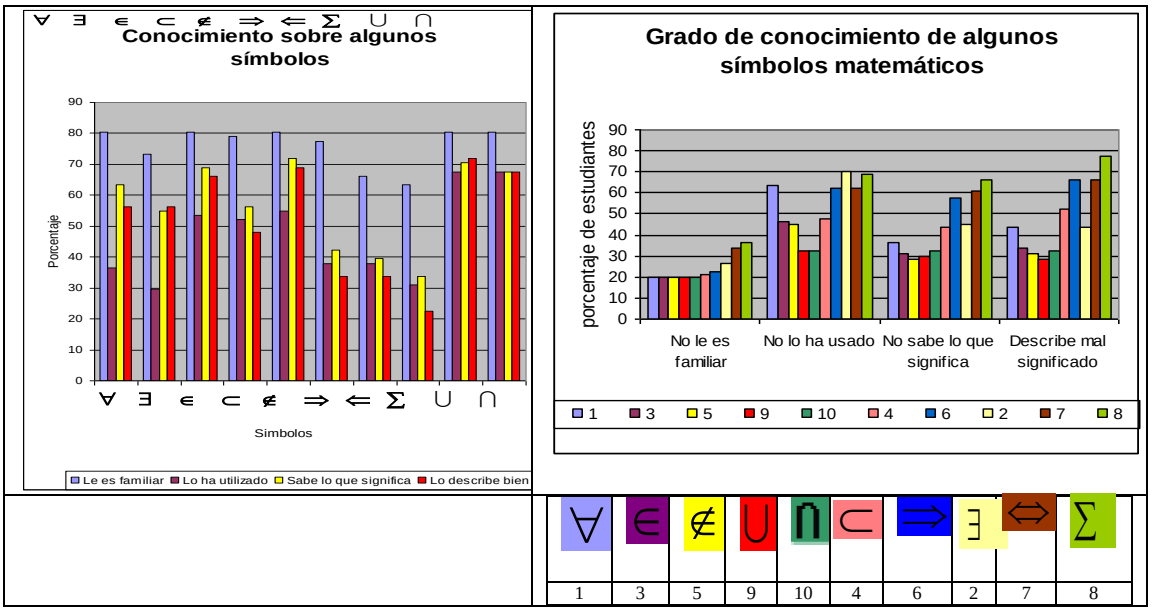
	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Nada útil	0	0
Poco útil	0	0
Más o menos útil	5,6	5,6
Bastante útil	54,9	60,6
Muy útil	39,4	100,0

Entre los estudiantes que creen la Matemática es bastante (55%) útil, y los que la consideran muy útil (40%), se suma el 95% de los encuestados.

Resultados sobre Grado de conocimiento de los diferentes tipos de símbolos y enunciados que conforman el lenguaje matemático, considerados éstos como elementos independientes

Tabla 2: Porcentajes de respuestas respecto al conocimiento de los diferentes tipos de símbolos y enunciados

		¿Le es familiar?	¿Lo ha utilizado?	¿Sabe lo que significa?	¿Describe bien el significado ?			¿Le es familiar?	¿Lo ha utilizado?	¿Sabe lo que significa?	¿Describe bien el significado ?
$\forall$	No	19,7	63,4	36,6	43,7	$\Rightarrow$	No	22,5	62,0	57,7	66,2
	Si	80,3	36,6	63,4	56,3		Si	77,5	38,0	42,3	33,8
$\exists$	No	26,8	70,4	45,1	43,7	$\Leftrightarrow$	No	33,8	62,0	60,6	66,2
	Si	73,2	29,6	54,9	56,3		Si	66,2	38,0	39,4	33,8
$\in$	No	19,7	46,5	31,0	33,8	Σ	No	36,6	69,0	66,2	77,5
	Si	80,3	53,5	69,0	66,2		Si	63,4	31,0	33,8	22,5
$\subset$	No	21,1	47,9	43,7	52,1	$\cup$	No	19,7	32,4	29,6	28,2
	Si	78,9	52,1	56,3	47,9		Si	80,3	67,6	70,4	71,8
$\notin$	No	19,7	45,1	28,2	31,0	$\cap$	No	19,7	32,4	32,4	32,4
	Si	80,3	54,9	71,8	69,0		Si	80,3	67,6	67,6	67,6



En todos los casos la mayoría de los estudiantes, entre un 75% a un 80%, manifestó que los 10 símbolos presentados les eran *familiares*. Los símbolos $\Leftrightarrow$ y Σ fueron los que tuvieron menores porcentajes de alumnos que dijeron que les eran familiares (64% a 66%).

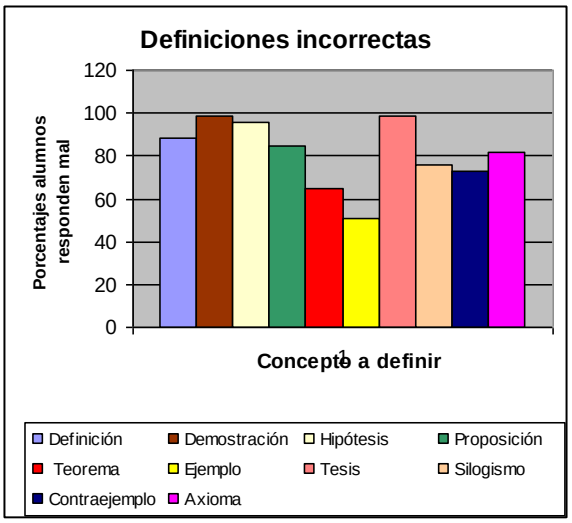
Los símbolos: $\cup \cap \subset \in \notin$ son los que más han sido *usados* los estudiantes. Entre 51 % y un 68% del grupo de encuestados los señalan como uno de los que han utilizado. El resto de los símbolos presentados no han sido utilizados por la mayoría de los encuestados (63% hasta 70% según el símbolo)

Los símbolos $\in \notin \cap \cup \forall$ son los que la mayoría de los estudiantes manifiestan conocerles su *significado* y además dan una correcta descripción del mismo, entre un 67 % a un 71% de grupo de encuestados.

Los símbolos cuyos significado eran menos conocidos y sobre los cuales los estudiantes no fueron capaces de dar una interpretación fueron : $\Rightarrow \Leftrightarrow$ y Σ .

Tabla 3 : Resultados sobre el conocimiento de algunos conceptos matemáticos

¿Reconoce la definición de					
Definición	Si	11,3	Ejemplo	Si	49,3
Demostración	Si	1,4	Tesis	Si	1,4
Hipótesis	Si	4,2	Silogismo	Si	23,9
Proposición	Si	15,5	Contraejemplo	Si	26,8
Teorema	Si	35,2	Axioma	Si	18,3
Definición	No	88,7	Ejemplo	No	50,7
Demostración	No	98,6	Tesis	No	98,6
Hipótesis	No	95,8	Silogismo	No	76,1
Proposición	No	84,5	Contraejemplo	No	73,2
Teorema	No	64,8	Axioma	No	81,7



La mayoría de los encuestados no fue capaz de reconocer las definiciones de los conceptos presentados. Los porcentajes de asociaciones incorrectas es sumamente elevado para la mayoría de los conceptos, como puede observarse en la Tabla 3. .La excepción corresponde al concepto de "ejemplo" que fue reconocido por casi la mitad ellos encuestados y desconocido por el resto.

Resultados de los conocimientos sobre la interrelación entre los símbolos del lenguaje matemático: "traducir" del lenguaje matemático al lenguaje natural una serie de expresiones matemáticas

En la Tabla 4 pueden observarse los resultados sobre el conocimiento, de los estudiantes, sobe la interrelación entre los símbolos del lenguaje matemático y su capacidad para "traducir" del lenguaje matemático al lenguaje natural. De ella surge que, en general, los encuestados se dividen en dos grupos : uno que es capaz de efectuar la traducción y otro que no lo es, con porcentaje de integrantes muy similar en cada grupo. La excepción viene dada por la expresión $R^+ \subset R$, que es reconocida y traducida por un 74,6% de los estudiantes. Casi la totalidad de los encuestados fue incapaz de presentar ejemplos apropiados.

Tabla 4 :Conocimientos sobre la interrelación entre los símbolos del lenguaje matemático: "traducir" del lenguaje matemático al lenguaje natural una serie de expresiones matemáticas

			verdaderas o falsas	Ejemplo
			Porcentaje	Porcentaje
1	$\sum_{j=1}^{5} j^2 = 12$	Mal	62,0	97,2
		Bien	38,0	2,8
2	$\exists x \in R / (x-1)(x-2)(x-3)(x^5-9) = 0$	Mal	43,7	95,8
		Bien	56,3	4,2
3	$R = Q \cup Z$	Mal	57,7	100,0
		Bien	42,3	0
4	$R^+ \subset R$	Mal	25,4	98,6
		Bien	74,6	1,4
5	$\forall x \in R : \forall y \in R : x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$	Mal	54,9	94,4
		Bien	45,1	5,6

Resultados sobre conocimientos sobre la interrelación entre los símbolos del lenguaje matemático, "traducir" del lenguaje natural al lenguaje natural una 8 de afirmaciones.

Los resultados obtenidos al analizar la capacidad de los estudiantes para realizar "traducciones" del lenguaje natural al simbólico se presentan el la Tabla 5. En casi la totalidad de las expresiones presentadas, el 90% o más de los encuestados no fueron capaces realizar las tareas indicadas. El mejor desempeño se obtuvo en aquellos casos en que se hacían intervenir conceptos derivados de la teoría de conjuntos.

Tabla 5: Resultados sobre conocimientos sobre la interrelación entre los símbolos del lenguaje matemático, "traducir" del lenguaje natural al lenguaje natural una serie de afirmaciones.

Escribir en forma simbólico - matemática las siguientes afirmaciones.

		Porcentaje	Porcentaje acumulado
"Existen números reales tales que su cuadrado supera a la unidad".	Mal	43,7	43,7
	Regular	53,5	97,2
	Bien	2,8	100,0
"La suma de los n primeros números naturales es igual a la mitad de: n por el siguiente ".	Mal	78,9	78,9
	Regular	19,7	98,6
	Bien	1,4	100,0
"Para cualquier par de reales se verifica que si sus cuadrados son iguales entonces dichos reales también son iguales".	Mal	64,8	64,8
	Regular	33,8	98,6
	Bien	1,4	100,0
"Dos conjuntos A y B son iguales si y solo si el primer conjunto está incluido en el primero y el segundo en el primero".	Mal	60,6	60,6
	Regula	16,9	77,5
	Bien	22,5	100,0
La intersección de un conjunto cualquiera con el vacío es igual al conjunto vacío y la unión de un conjunto cualquiera con el vacío es igual al conjunto cualquiera".	Mal	62,0	62,0
	Regular	25,4	87,3
	Bien	12,7	100,0

CONCLUSIONES

Con los resultados de esta encuesta, tal como se conjeturaba, se ha confirmado que una de las dificultades que enfrentan los estudiantes, es el desconocimiento del lenguaje matemático. Desconocen los principales elementos de este lenguaje, siendo el causante de la producción de numerosos errores de construcción y de interpretación, lo que dificultará inexorablemente el acceso a la incorporación de nuevas estructuras conceptuales.

Los estudiantes no son capaces de asociar los conceptos con sus definiciones y menos aún son capaces de ejemplificar. Es decir no son capaces de utilizar el lenguaje matemático de una forma "concreta" ni tampoco de una forma "abstracta", los conceptos serían para ellos palabras carentes de significación matemática en sentido estricto.

Se considera que este test piloto es el punto de partida para la investigación planteada al comienzo, que corrobora experimentalmente la hipótesis que se plantea la misma. El estudiante tiene una idea muy ingenua de la Ciencia Matemática, una idea que actualmente parece anclada en las primeras ideas del niño que adquiere en el ciclo primario, como si el paso por el ciclo medio no existiese.

A este respecto, Lang (1992) afirma que *"hay una considerable evidencia de que estamos naturalmente programados para que nos gusten las matemáticas (a todos los niños de cinco años que he conocido les gusta sumar y restar), hasta que el placer se estropea por una enseñanza incompetente u otros factores sociales."* Estos temores y prejuicios tienen mucho que ver con la percepción, por parte del ingresante, de no poseer una base sólida de conocimientos matemáticos, que le permitan enfrentar con soltura los Cursos de Matemática de la Carrera elegida.

En el siglo IV A.C., Aristóteles, decía lo siguiente: "*la naturaleza es un libro abierto expresado en el lenguaje de la matemática*", además afirmaba que el lenguaje cotidiano estaba saturado de ambigüedades, por lo que el lenguaje de la ciencia había que diferenciarlo del cotidiano. Precisamente gran parte de la importancia que posee la simbología matemática es la carencia de ambigüedades, por lo que las ideas que comunica son de una precisión rigurosa. El tipo de estudiante que caracteriza a esta investigación no está exento de requerir apropiarse de este específico lenguaje que lamentablemente al ingreso a la universidad es desconocido y requiere con urgencia el ser adquirido y comprendido sin excepción.

BIBLIOGRAFIA

Duval, R. (1998), Registros de representacion semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento, en Falsetti, M.; Marino, T.; Rodríguez, M.; (2004), Validación en Matemática en situación de aprendizaje. Actas del VI Simposio de Educación Matemática, Bs. As. Formato CD.

Lang, S. (1992). El placer estético de las Matemáticas. Alianza Universidad. Buenos Aires.

Ortega. J. F. (2002) Lenguaje Matemático: Una experiencia en los estudios de Economía de la UCLM. Departamento de Matemáticas. Instituto de Educación Secundaria "Diego Tortosa" de Cieza (Murcia).

Pimm, D. (1990). El lenguaje matemático en el aula, Colección Pedagogía, Editorial Morata, S. A. Madrid.

Radford, L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the teaching of Mathematics: Toward a Socio-Cultural History of Mathematics. For the learning of Mathematics. 17 (1), 26-33.

Sastre Vázquez, P, Carolina B.,Rey, G. y Delorenzi, O. (2008) La comprensión: proceso lingüístico y matemático. Revista Iberoamericana de Educación ISSN: 1681-5653 n.º 46/ pp 8 – 15