¿CÓMO INTEGRAR LA TRANSFORMADA DE LAPLACE CON APLICACIONES TECNOLÓGICAS DESDE LOS PRIMEROS AÑOS EN INGENIERÍA?

Griselda I. Cistac – Ruben H. Bongianino
FACULTAD DE INGENIERÍA- UNLPam. República Argentina
cistacg@ing.unlpam.edu.ar - bongianino@ing.unlpam.edu.ar
Experiencia de cátedra

Palabras claves: integración – compartimientos estancos – simulación – Transformada de Laplace.

Resumen

Para lograr los objetivos que se persiguen en el área de Matemática desde los primeros años en Ingeniería e iniciar a los estudiantes en el desarrollado de capacidades tendientes a afianzar las competencias profesionales de los futuros graduados, en las clases de Análisis III se presenta un sistema mecánico (masa resorte amortiguador) como aplicación. El sistema es modelado, resuelta su ecuación diferencial (aplicando los conceptos de Transformada de Laplace) y simulado. Este planteo permite aplicar los conceptos matemáticos a sistemas reales, posibilitando que los estudiantes no vean a las asignaturas de la carrera como 'compartimientos estancos', internalizando los conceptos matemáticos al transformarlos en herramientas que sirven para resolver situaciones tecnológicas.

Introducción

Existe actualmente una tendencia a orientar a la Educación Superior de modo de lograr ciertas capacidades y competencias de sus graduados. El tramo profesional está fuertemente relacionado con las mismas, pero el desafío es tratar de ir incorporando competencias y habilidades desde los primeros años de la carrera. Dicha postura es compartida con el pensamiento de [1]: "…el ciclo básico no quedaría indemne en esta perspectiva en tanto el mismo tendría la responsabilidad de crear las condiciones para el buen desarrollo de las competencias en las etapas posteriores, haciéndose cargo, además, de algún nivel de ellas."

En el transcurso de los primeros años de la carrera se busca desarrollar en los estudiantes algunas de las capacidades definidas en los CGCB (Ciclos Generales de Conocimientos Básicos). Las principales a trabajar están vinculadas con: la identificación, formulación, resolución de problemas, el desarrollo del pensamiento crítico y creativo, la utilización estratégica tanto de recursos para el estudio como de los conocimientos, técnicas y estrategias en las disciplinas básicas y la operación del pensamiento lógico-formal. Las competencias según el enfoque dado por [2], están formuladas cumpliendo con especificidad y realidad de los enunciados, permitiendo alcanzar una habilidad jerarquizada por distintas áreas del conocimiento y priorizando ciertas herramientas dentro de ese conocimiento.

Cuando en las carreras de Ingeniería se dictan las asignaturas del área de Matemática, (Análisis Matemático, Álgebra, Geometría Analítica, Métodos Numéricos, Probabilidad y Estadística, etc.) para contribuir con algunas de las capacidades descriptas anteriormente, los objetivos que se persiguen entre otros son:

- aportar los fundamentos propios de la disciplina Matemática,
- introducir herramientas para desarrollar otros contenidos propios de dicha disciplina,
- presentar herramientas de resolución que se aplicarán en las Tecnológicas Básicas y Aplicadas para resolver las situaciones problemáticas propias de las carreras de Ingeniería.

La enunciación de los objetivos descriptos no pretende representar orden de importancia alguno para las carreras de Ingeniería, porque la Matemática es la ciencia que aporta las herramientas para entender, modelar, simular, y resolver los problemas propios de la carrera. Otros objetivos y enfoques tiene esta ciencia en carreras como: Licenciaturas de Matemática, Profesorados de Matemática, etc.

La forma de dictar los contenidos, para lograr los objetivos propuestos depende de la estructura del diseño curricular y la distribución horizontal y vertical de las asignaturas en el Plan de Estudio. Los Planes de Estudio de las carreras de Ingeniería pueden organizarse según dos enfoques distintos. Uno (en el cual la mayoría de las Universidades Nacionales se encuadran) es en el que las Ciencias Básicas (principalmente la Matemática y la Física) se enseñan en lo que se suelen llamar los Ciclos Básicos o Ciclos Generales, en los cuales los estudiantes aprenden todo lo concerniente a las mismas de modo que cuando cursan los Ciclos Superiores o de Especialización aplican dichos conceptos a temas específicos, problemas tecnológicos, etc. Otra tendencia o forma es la que considera que las mismas Ciencias Básicas deben enseñarse a medida que sus conceptos son necesarios para desarrollar el dictado de las Tecnológicas. Estos dos enfoques serán referenciados en este trabajo como Forma 1 y Forma 2.

Forma 1- Dictar en los primeros años de la carrera, la Matemática donde se vuelcan todos los contenidos propios de la disciplina, y luego cuando los estudiantes los tienen incorporados se desarrollan los contenidos de las Tecnológicas de modo de poder solucionar los problemas ingenieriles. Forma 2- Dictar en las distintas áreas (Físicas, Tecnológicas Básicas y Tecnológicas Aplicadas) los conceptos matemáticos a medida que se

desarrollan los fundamentos de los procesos tecnológicos. Al enseñar los conceptos y fundamentos matemáticos conjuntamente con los tecnológicos se posibilita dar solución a dichos problemas permitiendo de este modo modelarlos, interpretarlos, etc.

Ambas formas de estructuración del Plan de Estudio tienen sus ventajas e inconvenientes, lo detallado a continuación son las consideradas por los autores de este trabajo.

La Forma 1 tiene como ventaja que se dictan las asignaturas del área de matemática en la mayoría de los casos por expertos (docentes especialistas en Matemática) con lo cual se alcanzan todos los objetivos que se deben lograr en estas asignaturas, pero los inconvenientes que se han encontrado en las actividades áulicas son:

- los estudiantes cuando deben aplicar a procesos tecnológicos los conceptos y herramientas matemáticas aprendidos, pareciera que no los conocieran o están un 'tanto olvidados' pues existe una diferencia de años entre el dictado de las Ciencias Básicas y las Tecnológicas debido a la estructura del Plan de Estudio y a la no adecuada internalización de los conocimientos matemáticos,
- cuando se desarrollan los conceptos matemáticos (en los primeros años de la carrera), no conocen los procesos tecnológicos, por lo tanto los casos de aplicación que se utilizan para ejemplificar generalmente están asociados a variables x, y, z, etc. no representando variables reales (magnitudes) de problemas físicos generalmente debido a los conocimientos previos por parte de los estudiantes,
- al resolver los estudiantes aplicaciones de los conceptos matemáticos no asociados a procesos físicos, genera una cierta disociación del rol de la Matemática en la carrera de Ingeniería (en esa etapa de su formación 'no toman conciencia' que esa ecuación (que no representa un proceso físico y que sirve como un instrumento necesario para aplicar el concepto matemático) en su vida profesional representará un proceso tecnológico a analizar donde la matemática es la herramienta).

Esta forma de aplicar los conceptos matemáticos detallados anteriormente genera en los estudiantes la sensación de 'compartimientos estancos' entre las asignaturas, lográndose generalmente durante los últimos años la integración e interrelación de los conocimientos.

La Forma 2 tiene como ventaja que los estudiantes ven conjuntamente los conceptos tecnológicos con los matemáticos de modo de poder interpretar, modelizar y hallar la solución a los problemas tecnológicos. Esta propuesta de trabajo hace que las asignaturas y fundamentalmente los contenidos estudiados en la carrera no se comporten como 'compartimientos estancos' inconexos entre sí, pues permite ver la aplicación inmediata de conceptos y herramientas matemáticas a problemas/situaciones reales. Como contrapartida o lo que puede considerarse un inconveniente es que probablemente hay contenidos matemáticos (los que apuntan a fortalecer la ciencia matemática propiamente dicha y que forman parte del pensamiento lógico-formal) que no serían estudiados, quedando de este modo algunos de los objetivos planteados originalmente sin lograr. Otro obstáculo es que los profesores de las tecnológicas deberían dar estos contenidos y transformarse en expertos (además de los conocimientos propios de estas áreas) y en profundos conocedores de la Matemática (salvo que las clases se estuviesen dictando en forma conjunta por los profesores de ambas disciplinas). Este modo de trabajo conlleva al aumento de la carga horaria prevista para dictar asignaturas tecnológicas y la posible repetición de temas matemáticos en ellas.

En la Facultad de Ingeniería de la UNLPam es donde se lleva a cabo el trabajo que se comparte, y el Plan de Estudio parcial que se presenta en la Tabla Nº 1 tiene una estructura que permite ubicarlo en la Forma 1, es decir se desarrollan primero los conceptos de la Matemática y luego los de las Tecnológicas. En estas últimas es donde se plantean los procesos tecnológicos, problemas ingenieriles y allí se aplican las herramientas matemáticas previamente desarrolladas, con las ventajas e inconvenientes que se han puntualizado.

PRIMER AÑO	
Primer Cuatrimestre	**Segundo Cuatrimestre**
Análisis Matemático I – a	Geometría Analítica
Algebra	Análisis Matemático I – b
……	Física I
SEGUNDO AÑO	
Análisis Matemático II	**Análisis Matemático III**
Física II	Probabilidad y Estadística
……	Métodos Numéricos
TERCER AÑO	
Mecánica Racional	Física III
……	**Electrotecnia General**
CUARTO AÑO	
Teoría de Control Clásico	……
QUINTO AÑO	
……	……

Referencias

Área Matemática	Área Física	Tecnológicas	**Involucradas en el Proyecto**

Tabla Nº 1 – Plan de Estudio (parcial) de la Facultad de Ingeniería de la UNLPam

Se pueden plantear distintas alternativas de modo de hallar una posible solución a los inconvenientes detallados (‘compartimientos estancos’ de conocimientos, integración de las distintas asignaturas desde los primeros años, la no intenalización de los conceptos y herramientas matemáticas, entre otros) como consecuencia de la estructura del Plan de Estudio.

Cuando la solución elegida ubica al docente como el responsable de la integración del proceso de enseñanza-aprendizaje, no siempre puede desarrollar el proceso que facilite a los estudiantes ver el contenido como un todo [3]. Otra posibilidad es la sustentada por [4] cuando afirma que: “la interdisciplinariedad implica el encuentro y la cooperación entre dos o más disciplinas, cada una de ellas contribuyendo, en un nivel teórico o de investigación empírica con sus esquemas conceptuales propios, su manera de definir los problemas y sus métodos de análisis. Un enfoque interdisciplinar exige que se trabaje con una misma tarea científica o una determinada situación de aprendizaje desde diferentes ángulos”. Si no se puede modificar el Plan de Estudio una alternativa para solucionar en parte algunos de los inconvenientes mencionados es a través de proyectos especiales [4].

El trabajar a partir de proyectos docentes puede considerarse además una manera de aumentar la probabilidad que los estudiantes adquieran las competencias que incumben a su futuro perfil profesional. Si el proyecto involucra al Plan de Estudio en su totalidad (proyecto Institucional) proporcionará una formación integral que posibilitará la adquisición de un conjunto sólido de competencias. Esto sólo puede alcanzarse con la articulación y coordinación de todas las asignaturas [5].

Las actividades áulicas que se describirán a lo largo de este trabajo (que forman parte de un proyecto de investigación consistente con la postura de [4]) involucran a docentes de asignaturas: Análisis III, Electrotecnia General y Teoría de Control quienes trabajan en forma conjunta y simultánea brindando con distintos enfoques la misma información, buscando dar solución a los inconvenientes descriptos y a su vez iniciando a los estudiantes desde los primeros años en la construcción de sus habilidades y capacidades a través de una propuesta a menor escala que la planteada por [5] .

La elección de las asignaturas involucradas pretende lograr que los estudiantes de los primeros años tomen exacta dimensión que los conceptos matemáticos son herramientas que posibilitan el análisis y solución de problemas tecnológicos y que no son un fin en sí mismos en las Carreras de Ingeniería. Además se pretende lograr la integración de algunos contenidos de esas asignaturas pues existe una percepción por parte de los docentes (que puede considerarse generalizada) y es que los estudiantes las consideran como ‘compartimientos estancos’ que no interactúan entre sí. Por tal motivo el modo de llevar a cabo las actividades pretende romper de alguna manera la fragmentación de contenidos.

Fundamentación

Según [6] la Ingeniería debe entenderse como la aplicación de herramientas para la resolución de problemas, y en ellas se pone en juego el pensamiento crítico, con sus tres esferas : “… 1) el uso inteligente de las herramientas de la ingeniería, 2) la contrastación entre diferentes herramientas de la ingeniería, 3) el entendimiento de los proyectos de ingeniería como intervenciones en sistemas sociales.” Una de las herramientas con la que se cuenta en la ingeniería para resolver los problemas es la utilización de los conceptos matemáticos, durante la adquisición de los mismos los estudiantes van desarrollando la primera esfera del pensamiento crítico dentro de la misma disciplina. Cuando los conceptos matemáticos se aplican a procesos tecnológicos además de integrar los mismos se ponen en juego las otras esferas.

La experiencia de cátedra compartida surge como una necesidad detectada por el docente de una Tecnológica Aplicada (Teoría de Control), pues cuando los estudiantes debían utilizar los conocimientos adquiridos en Análisis III (sobre Transformada de Laplace) para aplicar los mismos a situaciones propias de la disciplina (análisis, diseño y simulación de la estructura de un sistema de control) se los debían ‘repasar’ conjuntamente con sus propiedades más significativas o pertinentes para la disciplina. El concepto de Transformada y su potencialidad no estaba totalmente internalizado por los estudiantes pues cuando se debía analizar por ejemplo la solución temporal de la variable de salida del sistema de control (tal el caso de la evolución del control de posición de un vehículo a lo largo de un camino) interesando tanto la variación en su estado transitorio como permanente la respuesta era que ‘no se acordaban los métodos para resolver ecuaciones diferenciales’. Parte de la internalización del concepto de Transformada es el reconocer la potencialidad y generalidad pues posibilita la solución de ecuaciones diferenciales independientemente del grado de las mismas. Debido a la generalidad de la aplicación es razonable suponer que es una herramienta que los estudiantes deberían haber incorporado como propias, pues es independiente de los distintos casos en que suelen subdividirse los métodos de resolución de ecuaciones diferenciales. Por lo tanto si el concepto de Transformada estuviera totalmente internalizado poseerían el criterio del pensamiento crítico: ”…la función principal de la Ingeniería se entiende como la de decidir cuales medios son mejores para cumplir con algún fin determinado e implementarlos” desarrollado por [6].

Desarrollo

Los conceptos y fundamentos de la Transformada de Laplace no varían su enfoque según el perfil del docente que los dicte. Una vez adquiridos los mismos la diferencia puede surgir a partir de ‘¿a qué cosas?´ se le aplica la Transformada. Una alternativa usual es que dado los conocimientos previos de los estudiantes se elige una ecuación diferencial que no modela ningún proceso físico en particular y se hallan soluciones a variables que no representan necesariamente ninguna magnitud física. La alternativa elegida es la de tomar un sistema mecánico de traslación (de modo tal que puedan aplicar las leyes físicas que lo modelan) compuesto por una masa (m), un resorte con una constante elástica (k) y una fricción (b) al que se le aplica una fuerza (u).

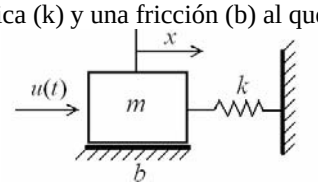

Fig. 1: Sistema mecánico de Traslación

Del planteo de la Ley de Newton se obtiene la ecuación (1)

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + k\,x = u(t) \quad (1)$$

Donde x representa la posición de la masa, su derivada primera respecto del tiempo la velocidad y su derivada segunda respecto del tiempo la aceleración.

Aplicando el concepto de Transformada se obtiene la ecuación (2) donde U(s) es la señal transformada de la señal de entrada:

$$m\left[s^2\,X(s) - s\,x(0) - \dot{x}(0)\right] + b\left[s\,X(s) - x(0)\right] + k\,X(s) = U(s) \quad (2)$$

La integración entre Análisis III y Teoría de Control se puede trabajar desde el proyecto de investigación debido a que los conceptos propios de una rama derivada de la disciplina del Control (la que se denomina Control Clásico) se desarrollan a partir de la Transformada de Laplace y del concepto de Función Transferencia que surge a partir de ella.

La solución del sistema mecánico de traslación se resolverá en el caso particular donde la fuerza aplicada es de valor constante en el tiempo. La elección de la fuerza constante conjuntamente con los valores del sistema físico (m, k, b) definen la forma de la evolución de la posición del sistema y de sus variables derivadas (velocidad, aceleración).

Recordando que la Función Transferencia (FT) es el cociente entre la Transformada de Laplace de la señal de salida con respecto a la Transformada de Laplace de la señal de entrada con Condiciones Iniciales (CI) nulas al aplicar el mismo a la ecuación (2) queda la ecuación (3)

$$m\,s^2\,X(s) + b\,s\,X(s) + k\,X(s) = U(s) \quad (3)$$

La FT que relaciona la posición de salida con la fuerza de entrada es:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{m\,s^2 + b\,s + k} \qquad (4)$$

Si u(t)= A su Transformada de Laplace es U(s)=A/s con lo cual la ecuación (4) para hallar X(s) se transforma :

$$X(s) = \frac{1}{m\,s^2 + b\,s + k}\,\frac{A}{s} \qquad (5)$$

Del análisis de la posición en el dominio transformado ecuación (5.) se observa que la misma posee tres raíces en el denominador (una correspondiente a la fuerza aplicada y las otras al sistema físico).

El caso particular bajo estudio posee los siguientes valores: m=1 kg., b=34.5 N/(m/s), k=1000 N/m y la señal de entrada es de 1000 N (la selección de dichos valores no es ‘arbitraria’ y más adelante se fundamentará su elección). Con lo cual la (5) numéricamente es:

$$X(s) = \frac{1000}{s\,(s^2 + 34.5\,s + 1000)} \quad .\ (6)$$

La ecuación (6) se reescribirá de la siguiente manera:

$$X(s) = \frac{\omega^2{}_n}{s\,(s^2 + 2\,\xi\,\omega_n\,s + \omega^2{}_n)} \quad (7)$$

Las raíces de la ecuación cuadrática de la ecuación (6) relacionan al sistema físico bajo estudio mediante los valores de (m, b, k), y se debe tener en cuenta que en este caso la masa m tiene valor 1.

El definir los valores mediante los parámetros ω_n, ξ (frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento) es de particular interés cuando de la resolución de la misma se obtienen raíces complejas conjugadas debido a la forma de la variable de la señal de salida, en este caso la posición de la masa. La solución de la ecuación cuadrática de la ecuación (7) es:

$$s_{12} = \frac{-2\xi\omega_n \pm \sqrt{4\ (\xi\ \omega_n)^2 - 4\omega_n^2}}{2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} \qquad (8)$$

Cuando $\xi^2 < 1$ las raíces de la ecuación (8) son complejas y se pueden escribir de la siguiente manera:

$$s_{12} = -\xi\omega_n \pm j\,\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = \sigma \pm j\ \omega_d \qquad (9)$$

La representación de dichas raíces en el Plano s de Laplace se muestra en la siguiente figura:

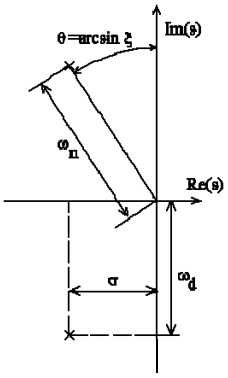

Fig. 2: Raíces en el plano Transformado de Laplace

A partir del desplazamiento de la masa en el dominio Transformado de Laplace, que se obtiene multiplicando la Función Transferencia (ecuación (4)) por la señal de entrada (transformada) aplicada, se puede evaluar su desplazamiento ante las distintas señales de entrada evaluando la Transformada Inversa; en el ejemplo desarrollado a la ecuación (5). Al conocer la expresión de la posición se puede evaluar su velocidad y aceleración.

Para hallar la evolución temporal de la posición x(t) se aplica la Transformada Inversa de Laplace (Antitransformada) a X(s) obteniéndose la ecuación (10):

$$x(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\,\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\ sen(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\ t + \theta) \qquad \theta = arc\ \cos\ \xi \qquad (10)$$

Dados los valores del sistema físico la ecuación (10) queda:

$$\xi = 0.5455 \qquad \omega_n = 31.62 \qquad s_{12} = -17.2502 \pm j\,26.5034 \qquad (11)$$

y la posición x(t)

$$x(t) = 1 - \frac{1}{0.8381}.e^{-17.25t}\ sen(26.5034\ t + 56.94 * \pi/180) \qquad (12)$$

Los valores elegidos de los parámetros: m. k. y b al generar raíces complejas conjugadas con su particular forma de evolución de la señal, posibilita introducir a los estudiantes en algunos conceptos y términos que tienen particular interpretación cuando se analizan estructuras de lazo cerrado de un sistema de control. La forma de la señal puede obtenerse mediante la simulación del sistema o utilizando una planilla de cálculo donde se toma como variable independiente el tiempo.

Una posible representación del diagrama de simulación se muestra en la Fig. 3. En el mismo la señal de entrada es una fuerza constante y a la salida se obtiene la posición de la masa a lo largo del tiempo, siendo la respuesta de la posición la que se observa en la Fig. 4.

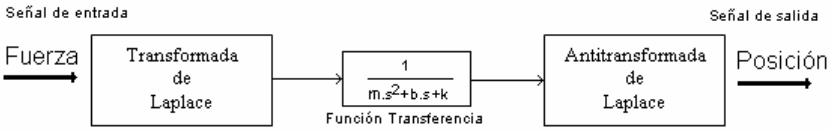

Fig. 3. Esquema de la simulación

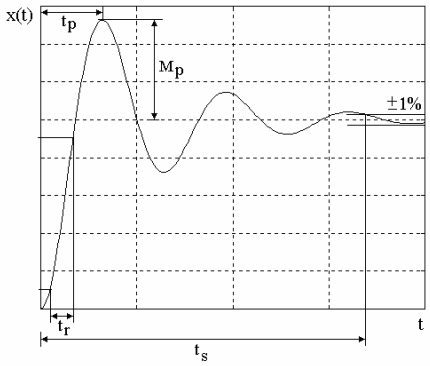

Fig. 4. Forma y valores particularesde la respuesta.

Lo que se observa en la Fig. 4 es que la evolución temporal del desplazamiento de la masa no es el de un movimiento monótonamente creciente, por el contrario durante los instantes iniciales (transitorio) la masa adquiere una posición con un valor muy superior al que alcanzará cuando llega a estabilizarse (estacionario). El valor que supera al del estacionario se lo denomina sobrepico u *overshoot*.

Este tipo de respuesta es característico cuando las raíces de la ecuación cuadrática son complejas conjugadas. Teniendo en cuenta la ubicación de los polos complejos conjugados en el dominio de Laplace (Fig. 2) se definen ciertos parámetros que brindan información sobre los instantes iniciales (respuesta transitoria) ¿cuál es el valor del sobrepico?, ¿cuándo se produce?, ¿cuánto tiempo le lleva ir desde el 10% al 90% del valor final?, ¿cuánto tarda en ingresar dentro de una banda de tolerancia del valor en estado estacionario? (respuesta estacionaria/permanente). Toda la información para evaluar esos parámetros está en las raíces de los complejos conjugados, y en una estructura de control definen la estrategia a implementar de modo de lograr cierto comportamiento del mismo.

La relación entre los valores detallados en la Fig. 4 (que es modelada por la ecuación (10)) y la ubicación de las raíces complejas de la ecuación (7) en el dominio de Laplace es la siguiente:

t_r tiempo de crecimiento: es el tiempo en que tarda en llegar del 10% al 90% del valor final , valor relacionado con ω_n.

t_s tiempo de establecimiento: es el tiempo en que tarda en ingresar en la banda del 1%, 2% ó al 5% del valor en estado estacionario, valor relacionado con el producto de $\omega_n \cdot \xi$.

t_p tiempo de pico: es el tiempo en el cual se produce el máximo de la respuesta (sobrepico u *overshoot*) valor relacionado con ω_d.

M_p sobrepico u *overshoot*: es el exceso (en valor porcentual) sobre el valor en estado estacionario relacionado con ξ.

El aplicar la Transformada de Laplace a un sistema físico y analizar el mismo con la mirada propia de la disciplina tecnológica se utiliza como una estrategia que: por un lado busca desarrollar aprendizajes significativos por parte de los estudiantes de modo que se conviertan en aprendices reflexivos [7], es a su vez integradora en la enseñanza [8], y también permite la vinculación de la matemática con contenidos de la realidad [3].

Al resolver analíticamente el sistema bajo estudio (o cualquier sistema tecnológico) se tiene conocimiento del tipo de respuesta aunque a veces las mismas son difíciles de interpretar en 'lápiz y papel'. Considerando esta dificultad el contar con un software de simulación (que es utilizado en la disciplina de control donde los estudiantes crean el modelo) es una herramienta que brinda la posibilidad de visualizar problemas científicos complejos como así también ver críticamente el tema [9] a la vez que se transforma en un "facilitador del aprendizaje, un medio de ayuda al profesor…" [10].

"La simulación es el puente que permitirá el análisis y una mejor interpretación de los resultados, puesto que la visualización ayuda a internalizarlos mejor" [11]. A su vez es una herramienta que permite que los estudiantes realicen su propia evaluación, pues debe existir coincidencia entre lo evaluado analíticamente y lo simulado si no hay errores en la resolución ni en la creación del modelo ni en el ingreso de los parámetros. Cuando eso no ocurre los estudiantes deben encontrar las 'fuentes de error' que originan la discrepancia entre lo evaluado analíticamente y lo simulado superando la frustración inicial que eso les origina. Durante la simulación mediante la creación del propio modelo los estudiantes toman una participación activa en su propio proceso de aprendizaje aumentando su autonomía. Esta situación es similar a la planteada por [12] cuando dicen que la evaluación: "…tiene que servir tanto y sobre todo como herramienta para indicar al estudiante los puntos fuertes

y débiles de su proceso de aprendizaje. Sólo de esta manera el estudiante podrá reorientar o mejorar su aprendizaje".

La buena predisposición de los estudiantes además de estrategias precisas hace que la propuesta de enseñanza-aprendizaje sea efectiva. Cuando la propuesta es distinta a las habitualmente usadas es necesario que las mismas se convierten en fuentes de motivación de modo de lograr que los estudiantes vayan respondiendo en forma autónoma, las preguntas que se van realizando durante la experiencia áulica. Si se consideran dos fuentes asociadas a la manera en que aprenden los estudiantes unas internas y otras externas como las definen [13] las estrategias de enseñanza y metodología didácticas son las que se transforman en fuente de motivación o desánimo. La motivación también lleva a la buena disposición de los estudiantes para aceptar estrategias de enseñanza-aprendizaje mediante tareas distintas.

Resultados

Los estudiantes utilizan el concepto de Transformada de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales asociadas al sistema bajo estudio (mecánico de traslación). Para ello debe plantear en primera instancia las leyes físicas que lo rigen y analizar luego las soluciones de las ecuaciones diferenciales involucradas, pues toda solución a un proceso tecnológico se especifica en el dominio temporal o en el frecuencial (no desarrollado en este trabajo) vinculando para ello la relación existente entre el dominio transformado y el temporal. De esta manera se lo intenta posicionar en el rol de futuro profesional pues antes de diseñar o verificar las especificaciones temporales/frecuenciales de un proceso tecnológico, debe realizar tareas similares a las detalladas anteriormente involucrando distintas áreas del conocimientos.

Los estudiantes a partir de las raíces de la FT del modelo (que relaciona a las variables físicas m, k, b) pueden vincular su ubicación en el plano de Laplace con su comportamiento en el dominio temporal.

La utilización de la simulación es una herramienta que por un lado puede frustrar a los estudiantes (cuando 'no anda' como debe) y por otro da satisfacción cuando se superan dichos obstáculos o cuando en primera instancia observan la concordancia entre lo analítico y lo simulado. El poder ver las señales en lugar de imaginarlas posibilita mediante la variación de parámetros del modelo el analizar distintos tipos de respuestas de modo de comparar ventajas y desventajas de cada una de ellas.

Conclusiones

De los resultados obtenidos por los estudiantes después de realizar las actividades propuestas desde el proyecto se puede concluir que algunas de ellos son:

- Dejan de ver los temas desarrollados en las asignaturas involucradas como compartimientos estancos,
- verifican que los contenidos matemáticos sirven para resolver situaciones problemáticas reales,
- aplican las herramientas matemáticas a ecuaciones donde las variables representan magnitudes físicas (con unidades definidas por el sistema de unidades utilizado),
- internalizan conceptos matemáticos y tecnológicos.

Al tener internalizado el concepto Transformada de Laplace y su potencialidad para resolver ecuaciones diferenciales y evaluar FT, los estudiantes poseen una herramienta que les permite analizar la respuesta total (transitoria+permanente) de cualquier sistema bajo estudio en forma independiente del grado de la ecuación diferencial que lo modele y a su vez independizándose de los distintos métodos resolutivos.

El poder relacionar singularidades en el plano de Laplace y su velocidad de respuesta en el dominio temporal les permite identificar cuales son los parámetros que debe modificar para obtener cierta respuesta deseada.

La utilización de la simulación es una herramienta que ayuda notablemente a la internalización de los conceptos (pues ven las señales en lugar de imaginarlas), a su vez posibilita mediante la variación de parámetros del modelo analizar distintos tipos de respuestas de modo de evaluar ventajas y desventajas de cada una de ellas. La simulación cuando arroja resultados positivos y/o negativos, genera en los estudiantes sentimientos de alegría o frustración y es fuente de motivación para superarse durante sus propios procesos de aprendizaje, además de posibilitar evaluar constantemente el avance de sus conocimientos.

Referencias Bibliográficas

[1] Abate, S. M., Lucino, C.V. (2007). Enfoque Curricular Orientado al Enfoque de Competencias en las Carreras de Ingeniería. Paradigma, 28 (1), 87104. Disponible en http://www.scielo.org.ve/pdf/pdg/V28N1/art05.pdf

[2] Cepeda Dovala, J. M. (2004). Metodología de la Enseñanza Basada en Competencias. Revista Iberoamericana de Educación, 34 (4), ISSN 1681-5653. Disponible en http://www.rieioei.org/tec_edu28.htm

[3] Ruiz Socarras, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. Revista Iberoamericana de Educación, 47 (3), ISSN 1681-5653. Disponible en http://www.rieoei.org/2359.htm

[4] Vega Miche, R. (2003). La integración de los contenidos: Un reto para un plan de estudios disciplinar. Revista Superior Cubana, ISSN 0257-4314. Disponible en http://www.dic.uh.cu/Revistas/Educ_Sup/0302002/Art070303.pdf

[5] Yáñiz Álvarez de Eulate, C. (2006). Planificar la Enseñanza Universitaria para el Desarrollo de Competencias. Educatio Siglo XXI, 24, 1737. Disponible en http://revistas.um.es/educatio/article/viewFile/151/134
[6] Mejía Delgadillo, A. (2009). Tres esferas de acción del pensamiento crítico en ingeniería. Red Iberoamericana de Educación, 49 (3), ISSN 16815653. Disponible en www.rieoei.org/deloslectores/2780Mejia.pdf
[7] Cid Cid, S. (2008). El Uso de Estrategias de Aprendizajes y su Correlación con la Motivación de logro en los Estudiantes. Revista Iberoamericana sobre Calida, Eficacia y Cambio en Educación (REICE), 6 (3), ISSN 16969-4713. Disponible en http://rinace.net/arts/vol6num3/art4.pdf
[8] Vásquez, S., Bustos, P., Núñez, G., Mazzitelli, C. (2004). Planteo de situaciones problemáticas como estrategia integradora en la enseñanza de las ciencias y la tecnología. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 3 (1), ISSN 1579-1513. Disponible en http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes3/Numero1/Art4.pdf
[9] Linn, C., Sunn Lee, H., Tinker, R., Husic, F., Chiu, J. (2006). Teaching and Assessing Knowledge Integration in Science. Science, 313 (5), ISSN 1095-9203. Disponible en http://telscenter.org/LinnLeeTinkHusicChui2006.pdf.
[10] Valdés Castro, P., Valdés Castro, R. (1999). Características del proceso de enseñanza-aprendizaje de la física en las condiciones contemporáneas. Revista de Investigación y experiencias didácticas, 17 (3), ISSN 0212-4521. Disponible en http://dialnet.unirioja.es/servlet/oaiart?codigo=94977
[11] Cistac, G., Bongianino, R., Filippi, J., Kovac, F. (2009). La Simulación como Medio de Interrelación entre Herramientas Matemáticas y Procesos Tecnológicos. CIT Formación Universitaria, 2(5), 312, ISSN 0718-5006. Disponible en http://www.citrevistas.cl/revista-formacion/v2n5fu/art02.pdf
[12] Pallizera Díaz, M., Sullana Noel, J., Planas Lladó, A., del Valle Gómez, A. (2010). La Adaptación al Espacio Europeo de Educación Superior en España. Los cambios /retos que Implica la Enseñanza Basada en Competencias y Orientaciones para Responder a Ellos. Revista Iberoamericana de Educación, 52 (4), ISSN 1681-5653. Disponible en www.rieoei.org/deloslectores/3250Diaz.pdf
[13] Robledo, P., García, J., Martínez, B., Díez, C., Álvarez, M., Marbán, J., de Caso, A., Hidalgo, R., Arias, O., Pacheco, D., Rodríguez, C. (2008). La eficacia de las metodologías activas y su relación con los estilos de pensamiento, las motivaciones, estrategias y enfoques de aprendizaje de los estudiantes de la Universidad de León. V Jornadas Internacionales de innovación Universitaria. Disponible en http://www.uem.es/myfiles/pageposts/jiu/jiu2008/archivos/OTRAS/Patricia%20Robledo%20y%20col%202%20(leon).pdf