LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA PARA CARRERAS TÉCNICAS O "NO MATEMÁTICAS"

Nilda Etcheverry - Marisa Reid - Rosana Botta Gioda
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. UNLPam. Santa Rosa. La Pampa. Argentina
nildaetcheverry@yahoo.com.ar, mareid@exactas.unlpam.edu.ar, rbotta@cpenet.com.ar

Área temática: Experiencias de Cátedra.
Palabras claves: formación de profesores, matemática, competencias.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo analizar la dificultad que tiene el profesor de vincular la Matemática a situaciones propias del campo profesional de carreras técnicas o "no matemáticas".

La experiencia se desarrolló con alumnos pertenecientes a la asignatura Práctica Educativa II correspondiente al tercer año del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa y en particular se trabajó directamente con docentes de la cátedra Matemática para la carrera Ingeniería en Recursos Naturales y Medio Ambiente, que se dicta en la misma Unidad Académica, en un clima de trabajo y reflexión sobre su propia propuesta y planificación curricular.

Introducción

Las investigaciones en la determinación de metodologías que permitan adquirir conocimiento profesional a los futuros docentes, tiene en la actualidad influencia en la elaboración de los programas de las asignaturas sobre Didáctica de la Matemática que se imparten en los planes de estudios de los profesorados. De acuerdo con Llinares (1998) estos contenidos están contemplados desde la perspectiva de la integración del conocimiento en la práctica, con el objetivo de formar docentes que sean capaces de adaptarse a las situaciones particulares que previsiblemente surgirán en la práctica docente.

Como docentes formadores de profesores de matemática, que tienen un campo de acción en la enseñanza de matemática en ámbitos en los que se dictan carreras técnicas o "no matemáticas"; nos hemos propuesto desde la asignatura Práctica Educativa II un objetivo macro que consiste en profundizar en el conocimiento profesional del profesor universitario de Matemática con el objeto de incidir en su formación profesional.

Este trabajo tiene como objetivo analizar la dificultad que tiene el profesor, ya evidenciada en anteriores investigaciones, de vincular la Matemática a situaciones propias del campo profesional en el que se forman los estudiantes. Es decir, la dificultad que tiene el profesor de dar a conocer la dualidad de una teoría o concepto matemático con la Matemática misma y con otras ramas del saber. Para luego elaborar propuestas que sean un comienzo en la superación de estas dificultades.

La experiencia se desarrolló con alumnos pertenecientes a la asignatura Práctica Educativa II correspondiente al tercer año del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa y en particular se trabajó directamente con docentes de la cátedra Matemática para la carrera Ingeniería en Recursos Naturales y Medio Ambiente, que se dicta en la misma Unidad Académica, en un clima de trabajo y reflexión sobre su propia propuesta y planificación curricular.

Desarrollo

El propósito de este trabajo es profundizar en el conocimiento de un contenido, en aspectos concretos como el conocimiento del profesor sobre el objeto matemático elegido y su relación con la actividad profesional del egresado de la carrera; de igual modo, indagar en el conocimiento curricular del profesor, específicamente, en el valor que se da a la resolución de problemas como herramienta didáctica y el modo de implementarla en el aula, la selección de libros de textos, el conocimiento de los objetivos planteados en los programas de las materias, la selección y preparación adecuada de los contenidos disciplinares.

En el modelo tradicional de enseñanza de ingeniería, ampliamente extendido, se presta gran atención al desarrollo de ciertas capacidades como el razonamiento abstracto, la visión espacial, la modelización de fenómenos físicos y su medida, o el llamado pensamiento convergente.

La realidad de la práctica profesional de la ingeniería exige, además, otras capacidades que deberían cultivarse en mayor medida: la capacidad de innovación, la solución de problemas multidisciplinares y de carácter socio-técnico-económico, el trabajo en equipo y las relaciones humanas, entre otras.

A través de la formación de los profesores debe influirse en un cambio progresivo de modelo de formación, en el marco de políticas institucionales que favorezcan dicho cambio.

Cabe aquí antes de continuar preguntarnos ¿qué es un problema? Generalmente decimos un problema es una situación que necesita ser resuelta pero que es *nueva* para nosotros, es decir, no conocemos de entrada un modo de resolverla, pero hay que tener en cuenta la diferencia entre ejercicio, problema y situación problemática, de acuerdo con Hitt (2004):

Ejercicio: Un ejercicio es también una situación que necesita ser resuelta, pero que no es nueva para nosotros, es decir, conocemos un modo de resolverla. Si en la lectura de un enunciado matemático recordamos de inmediato un proceso o algoritmo a seguir para resolverlo, se dice que el enunciado es un ejercicio.

Problema: Si en la lectura del enunciado no recordamos un proceso o algoritmo directo a utilizar, y la situación nos obliga a producir representaciones que nos permitan ligar aspectos matemáticos no en forma directa sino a través de articulaciones entre representaciones y procesos de tratamiento al interior de los registros involucrados, diremos que ese enunciado es un problema.

Situación problema: La situación debe ser simple, fácil de entender (ello no implica que sea fácil de resolver), debe provocar la reflexión y por tanto no puede ser un ejercicio. La matemática que debe utilizarse no debe ser explicitada en el enunciado. Es a través de la interacción de los estudiantes con la situación que emergen representaciones funcionales (espontáneas), y por tanto la matemática hace acto de presencia de manera natural en la discusión entre los estudiantes, proporcionándoles la posibilidad de construir un modelo matemático que, a su vez, permite explicar la situación.

De esta forma, tener conocimiento es tener la capacidad de enfrentarse de una forma *competente* a los problemas. Así llegamos a la palabra clave: competencia.

Una competencia es una combinación de conocimientos, técnicas, habilidades, actitudes y valores que permiten desarrollar de forma adecuada una función, tarea o actividad en cierto ámbito. Por ejemplo, algunas de estas competencias son:

- Identificar las diferentes partes de que consta un problema
- Buscar, organizar y representar datos para elaborar cuadros y tablas
- Utilizar técnicas para el trabajo de laboratorio.
- Interpretar observaciones, datos, medidas
- Describir situaciones
- Comunicar, informar, argumentar…

Cada asignatura de estudios superiores contribuye a que se adquieran esas competencias.

Se observa una diferencia importante respecto al modo “tradicional” de enseñanza, en la actualidad el objetivo fundamental de aprendizaje de la asignatura no es un temario. Por supuesto, existe un temario para cada asignatura, pero éste es un medio para que se adquiera lo realmente importante: las competencias.

Igualmente, queremos profundizar en el conocimiento de la enseñanza, específicamente, enfocado hacia el conocimiento de los profesores sobre: el modo de pensar de los estudiantes en la resolución de problemas, los recursos didácticos que se emplean en la enseñanza, la comprensión sobre diferentes situaciones de enseñanza, el diseño de la metodología y la organización de las actividades a desarrollar en el aula (trabajos en grupos, enseñanza por elaboración de proyectos, etc.).

Desde la formación de Profesores

Dado el crecimiento que en los últimos años ha adquirido la resolución de problemas y la modelización de situaciones reales o situaciones relacionadas con la carrera que se estudia, hemos decidido focalizar nuestro trabajo en esta dirección.

Estos cambios inciden directamente en todo lo que supone la labor docente y son principalmente, de tipo metodológico como por ejemplo, la gestión en el aula: interacción con los estudiantes (individual o en grupos grandes o pequeños), implementación de clases de apoyo; asimismo, los cambios también implican que el profesor debería tener una visión global de la materia que imparte.

Eso significa:

1. Pensar en las competencias que el docente desea que los alumnos adquieran en su materia, y que le sirvan para completar el perfil profesional que persiguen los futuros graduados,
2. concretar los objetivos de enseñanza
3. diseñar secuencias de aprendizaje que favorezcan y posibiliten la adquisición de esas competencias.

En este contexto, las propuestas de resolución de problemas pueden ser una posible opción de enseñanza, pues en ellas se aglutinan a la vez muchos aspectos que de otra forma, y en un corto plazo de tiempo sería difícil desarrollar.

El rol docente ha cambiado de forma significativa por las modificaciones en la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, de un modelo centrado en la enseñanza y cuyo protagonista es el profesor, a uno basado en el aprendizaje y donde el estudiante adquiere mayor relevancia.

La resolución de problemas y las competencias pertinentes a los distintos niveles de educación, se consideran elementos claves de la educación matemática, y están asociados a muchos de los ejes temáticos propuestos en el currículum actual en América. Por ello consideramos que los futuros profesores de Matemática deben ser formados en esa línea y deben ellos vivir experiencias de resolución de problemas desde este punto de vista.

Según Perrenoud (1999), desarrollar las capacidades de los alumnos está relacionado con el proceso de activar conocimientos, habilidades y estrategias en un amplio abanico de contextos, y principalmente en situaciones

problemáticas. El desafío en la actualidad, es lograr que los alumnos desarrollen competencias matemáticas consideradas en algunas currículas como esenciales a lo largo de la enseñanza. Estas integran aptitudes, conocimientos y capacidades, que implican una actitud favorable al intentar entender la estructura de un problema y la capacidad para desarrollar los procesos de resolución (Abrantes, 2001).

Propuesta específica de enseñanza

A distintos profesionales y en especial al ingeniero, se les plantean problemas para los cuales puede necesitar diversas teorías matemáticas, por ejemplo el Análisis Matemático nos da instrumental para estudiar el modo en que unas variables dependen de otras variables.

Para el Análisis Matemático podemos especificar cuatro competencias. Los futuros profesores tuvieron como tarea dar cuenta de estas competencias a través de distintos ejemplos y/o situaciones.

En primer lugar presentamos actividades que fueron realizadas por los futuros profesores, para luego compatibilizar con los docentes de Matemática de la carrera Ingeniería en Recursos Naturales y Medio Ambiente, un trabajo con distintos puntos del temario.

Y para finalizar presentamos uno de los trabajos que se elaboró conjuntamente con los futuros profesores, profesores de la carrera mencionada y autoras de este trabajo.

- Competencia 1: Reconocer las teorías y los conceptos de Análisis Matemático que son aplicables para la resolución de problemas planteados en el ámbito de las Ciencias y la Ingeniería.

El ingeniero, el técnico, el científico, debe saber resolver ejercicios matemáticos, por ejemplo calcular la derivada de una función en un punto o resolver una ecuación diferencial. Pero a veces un problema se puede resolver mediante Análisis Matemático pero no está explicitado, no sabemos qué conceptos matemáticos podrían servirnos para encontrar una solución. Pues bien, el ingeniero debe saber deducir lo implícito en esos problemas, reconocerlos y aplicar un procedimiento conocido para obtener la solución.

Algunos ejemplos de problemas para los cuales no es evidente reconocer si se trata de derivar, de integrar o de resolver alguna ecuación:

Ejemplo 1. Ingresa en tu calculadora un número positivo cualquiera. Calcula la raíz cuadrada. Del número resultante vuelve a calcular la raíz cuadrada. Si repetimos este procedimiento una y otra vez, ¿qué se observa? ¿Por qué?

Ejemplo 2. A continuación aparecen varios recipientes o botellas. La idea es realizar graficas que nos permitan observar la altura del vino en el recipiente si lo vertemos a ritmo constante.

Ejemplo 3. Realiza una gráfica que describa la caída de una piedra desde un edificio de 50 metros de altura y que luego de tres segundos toca el suelo.

- Competencia 2: Utilizar los conceptos y procedimientos del Análisis Matemático para la resolución de problemas planteados en el ámbito de las Ciencias y la Ingeniería.

Una vez que hemos reconocido qué conceptos matemáticos son útiles para resolver el problema, tenemos que ser también capaces de emplearlo. Por ejemplo, de poco sirve saber que nos interesa calcular la derivada de una función en un punto si no somos capaces de hacerlo. Se trata de comprender y emplear conceptos matemáticos en contextos nuevos o complejos; comprender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados y generalizar los resultados.

Así pues, debemos ser capaces de aplicar los procedimientos necesarios para resolver el problema. Estos procedimientos a veces son mecánicos, por ejemplo, calcular derivadas, integrales, etc. Pero los procedimientos más valiosos para el ingeniero son aquellos que no consisten simplemente en aplicar una receta. Los procedimientos más interesantes son aquellos que exigen razonar, ensayar tentativas de solución, esquematizar, hacer suposiciones, encontrar ejemplos que nos aclaren, buscar información útil, organizar datos, reconocer qué información no nos sirve.

- Competencia 3: Explicar y justificar el proceso que se ha seguido para la resolución del problema mediante teorías, conceptos y procedimientos de Análisis Matemático.

- Competencia 4: Utilizar Tecnología como herramienta de construcción de modelos matemáticos destinados a resolver problemas en el ámbito de las Ciencias y la Ingeniería.

Veremos en qué consisten algunos de estos procedimientos y para entender lo que significan los aplicaremos al siguiente problema:

En el Parque Recreativo Don Tomás de nuestra ciudad se encuentra la laguna y nos preguntamos cómo desaparece la contaminación a medida que pasa el tiempo, en el caso en que la industria deje totalmente de contaminarla (por ejemplo, se han colocado filtros adecuados).

En el caso de las lagunas o lagos, el proceso de limpieza es más lento y sólo se consigue deteniendo la contaminación y cambiando el agua gradualmente.

Este tipo de situaciones que se refieren a la comunidad local, requieren que los alumnos activen su comprensión, conocimiento y habilidades matemáticas para evaluar los aspectos de una situación externa con repercusiones importantes en la vida pública.

Tenemos entonces un problema, que pone a prueba el dominio de la Competencia 1. Un buen modo de comenzar a resolverlo es realizar un Análisis cualitativo. Se debe tener en cuenta que los procedimientos que vamos a explicar no tienen por qué seguir un orden determinado.

Se trata de un análisis previo del problema, para comprender de qué se trata: encontrar otros casos donde se plantea una situación similar, pensar en su importancia, para qué puede interesar, ver si lo podemos resolver con lo que sabemos hasta ahora, trazamos gráficos aclaratorios, estudiamos ejemplos sencillos.

En el problema de la laguna podemos comenzar planteando hipótesis, es decir suposiciones que nosotros hacemos a fin de que el problema sea más sencillo de resolver. También lo hacemos para poder utilizar resultados matemáticos que sólo pueden aplicarse si esas hipótesis son ciertas.

Cuantas más hipótesis utilicemos más sencillo será el problema, pero menos útil será porque son exigencias que no siempre se darán. Elegimos la teoría matemática aplicable y formulamos de modo formal el problema.

Las hipótesis que haremos para comenzar el estudio son:

a. Existe un flujo de agua que entra en la laguna proveniente de un arroyo y un flujo de agua que sale por otro arroyo. Ambos flujos son iguales y constantes, de ***r*** litros por segundo.
b. Cuando el agua entra a la laguna se mezcla de manera homogénea, de tal forma que los contaminantes están distribuidos de manera uniforme.
c. El volumen de agua de la laguna es constante e igual a ***V*** litros (suponemos que el agua de lluvia se equilibra con la que se evapora).
d. Los contaminantes son retirados de la laguna solamente a través del flujo de salida.
e. La contaminación proviene de una industria instalada en el borde de la laguna.

Se podrá decir que algunas de estas hipótesis simplificadoras no son reales; sin embargo es muy útil, al enfrentar un problema tan complejo, reducirlo a otro más simple. Una vez encontrada la solución para este caso, iremos eliminando las restricciones puestas en la hipótesis o modificándolas por otras “más reales”. Lo que implicará estudiar métodos de soluciones más refinados que los que estamos en condiciones de estudiar.

Progresivamente hay que despegarse de la realidad mediante procedimientos tales como hacer suposiciones sobre los datos del problema que son importantes y formalizar (y con ello se potencian los rasgos matemáticos de la situación y se transforma el problema real en un problema matemático que representa la situación).

En el problema aparecen varias variables que pueden interesarnos: tiempo, volumen de agua, cantidad de contaminante, sin embargo, ese análisis cualitativo que hemos hecho nos indica que sólo un par de variables parecen ser importantes: el instante t y la cantidad de materia contaminante p. La variable p cambia según la variable t, de modo que p es función de t. De modo que tenemos un problema de relación entre variables. Es un buen candidato a ser resuelto empleando Análisis Matemático.

Si llamamos P_0 a la cantidad de materia química contaminante que existe en la laguna en el momento en que cesa la contaminación. Indicaremos con t=0 a ese instante.

P(t) es una función de la cantidad de contaminante en un instante t.

$P(0)= P_0$

Como el volumen de agua de la laguna es constante (**V**) y los flujos de los arroyos también, es lógico esperar que los **r** litros por segundo que salen de la laguna contienen una porción de materia contaminante.

Si V litros tienen P cantidad de materia contaminante, r litros tendrán $\frac{r.P}{V}$

Esto es equivalente a decir que la variación de la cantidad de materia contaminante disuelta en la laguna en cada instante es proporcional a la cantidad de materia existente en la laguna en ese instante, siendo $\frac{r}{V}$ la constante de proporcionalidad.

Entonces podemos encontrar una fórmula P(t) que cumpla con lo que analizamos, es decir

$$\begin{cases} \dfrac{dP}{dt} = -\dfrac{r}{V}.P(t) \\ P(0) = P_0 \end{cases}$$

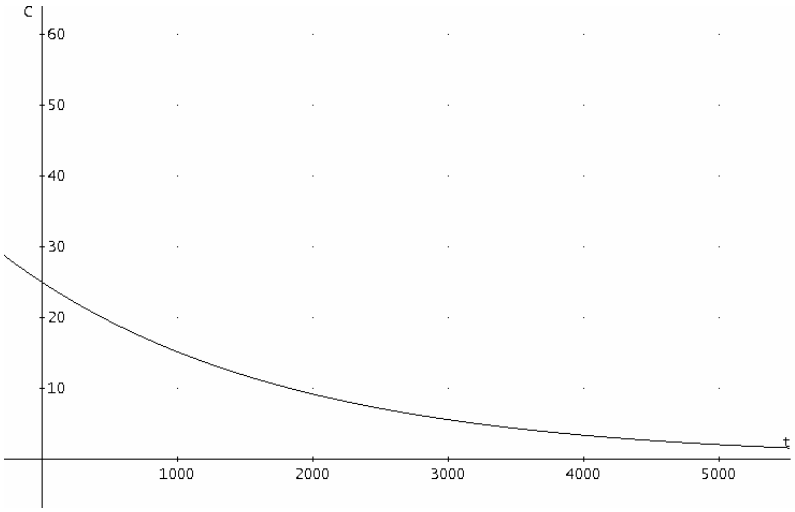
De acuerdo a los contenidos adquiridos o por adquirir del auditorio, se puede resolver esta ecuación diferencial u obtener una solución aproximada[1] generando aproximaciones de esta función para distintos valores del tiempo.

Fijamos un Δt y calcularemos P para t_1, t_2, ... siendo $t_1 = t_0 + \Delta t$; $t_2 = t_0 + 2\Delta t$

De esta forma usando la fórmula hallaremos $P(t_1)$, $P(t_2)$, ... $P(t_n)$ y luego trazaremos una curva que será una aproximación de la función buscada.

Después de un nuevo análisis podemos encontrar la fórmula $P(t_{n+1}) = P(t_n) - \dfrac{r}{V} \cdot P(t_n) \cdot \Delta t$ que nos dice que la cantidad de materia contaminante en t_{n+1} es igual a la cantidad anterior $P(t_n)$ menos la porción que se eliminó.

Para hallar $P(t_{n+1})$ necesitamos conocer el valor $P(t_n)$, que es la cantidad de materia contaminante en el instante anterior. Es conveniente utilizar algún software para calcular estos valores y obtener algún gráfico como:



En el gráfico se ha mantenido constantes los valores de V, P(0), t y variamos r.

¿Qué conclusión podemos obtener respecto a la relación entre la variación de r y los gráficos obtenidos?

Volviendo a la fórmula que describe el modelo, ¿se desprenden de ella las conclusiones obtenida en lo gráficos?

En los gráficos, ¿qué sucedes con P(t) a medida que t aumenta?

¿Qué harías para acelerar el proceso de descontaminación?

Se obtuvo que $P(t_n) = \left[1 - \dfrac{r}{V} \cdot \Delta t\right]^n \cdot P(t_0)$, ¿Qué tipo de función es P(t)?

Proporcionar sentido a la solución matemática, en términos de la situación real inicial, reflexionar sobre la solución y reconocer, por ejemplo, que si es adecuado suponer que el flujo de agua que entra y sale es constante.

¿Qué significan las soluciones obtenidas? ¿Cuáles son sus limitaciones? ¿Son satisfactorias?

Las hipótesis planteadas pueden responder aproximadamente a situaciones reales. En caso afirmativo, buscar información sobre otros lagos o lagunas en esas condiciones y aplicar el modelo.

En caso negativo, investiga cuales son las modificaciones que deberían tenerse en cuenta para que el modelo sea útil.

---

[1] La solución presentada se ajusta a los contenidos mínimos de la asignatura Matemática para la carrera Ingeniería en Recursos Naturales y Medio Ambiente: Números reales, funciones, límite, derivadas e integrales.

El ingeniero, el técnico, el científico, debe ser capaz de escribir un informe en el que se detalle y se justifique todo el proceso que se ha seguido para resolver el problema. Se trata de esquematizar, resumir y explicar el proceso de resolución de un problema determinado, incluyendo la discusión de la situación, su expresión formal, la construcción del modelo analítico, el estudio de la existencia de soluciones, la resolución formal y los resultados teóricos en la que se basa, el análisis de la solución propuesta y la búsqueda de generalizaciones. También debe ser capaz de emplear tecnología como instrumento para profundizar en el problema que se está resolviendo y para elaborar la solución.

Como ejercicio, explica cuál es el planteamiento formal del problema, cuál ha sido la solución que hemos encontrado, en qué resultados matemáticos se basa, explica bajo qué condiciones la solución es única y qué generalizaciones puedes obtener.

Conclusiones

Partimos de la idea de ahondar en el conocimiento profesional del profesor, centrado en la enseñanza de matemática a través de la resolución de problemas, para estudiantes de ingeniería; con vistas a incidir en la formación del profesor.

Pensando luego en una reformulación de la enseñanza de la Matemática en la ingeniería se plantea o surgen una serie de interrogantes y nuevos desafíos en la manera de enfrentar el proceso de aprendizaje en base a competencias. Entre ellos, ¿cuál debe ser el perfil y las competencias básicas de nuestros profesores? Nos parece que la respuesta está en dar espacio definitivo a una actitud didáctica que sólo se puede alcanzar en el marco de una adecuada formación que amplíe las competencias metodológicas que, generalmente, se suponen fundamentales para la formación del ingeniero.

Para que los futuros docentes alcancen las competencias y perfil deseado es necesario implementar dispositivos de formación y entrenamiento que los comprometa a aumentar sus capacidades de observación, de agudizar prácticas reflexivas, de fortalecer el sentido de su propia capacitación.

Es de hacer notar que las estrategias didácticas empleadas asociadas a la resolución de problemas están relacionadas con el conocimiento profesional que el profesor debe tener, siempre que veamos a éste como el facilitador y administrador de la difícil tarea que supone la enseñanza de la Matemática por esta vía.

"En el campo del aprendizaje general, sólo se estimulará a un estudiante a crear competencias de alto nivel haciendo que se enfrente regular e intensamente a problemas relativamente numerosos, complejos y realistas, que movilicen diversos tipos de recursos cognitivos" (Perrenoud, 1999).

Referencias Bibliográficas

1. Abrantes, P. (2001). Revisión de los objetivos y la naturaleza de las matemáticas para todos en el contexto de un plan de estudios nacional. Matemáticas en Europa: diversas perspectivas. Biblioteca de Uno.
2. Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED.
3. Hitt, F. (2004). Une comparaison entre deux approches. Enseignement des mathématiques sans ou avec logiciels et calculatrices symboliques, en Giménez J., Fitz Simons G. y Hahn Corine (2004) Actes de la CIEAEM- 54, Vilanova i la Geltrú. Spain.
4. Llinares, S. (1998). Aprender a enseñar matemáticas en la escuela secundaria: relación dialéctica entre el conocimiento teórico y práctico. Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, Nº 32, pp. 117-127.
5. Perrenoud, P. (1999). Construir Competencias desde la Escuela. Santiago de Chile, Dolmen Ediciones.