ESTRATEGIAS DE INTRODUCCIÓN A LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS

Carlos Bello, Mónica Scardigli, Guillermo Cuadrado
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Mendoza, Facultad Regional Buenos Aires, Argentina.
cab@frm.utn.edu.ar – mgscard@hotmail.com – gac@frm.utn.edu.ar

Área Temática: Investigación Educativa
Palabras claves: modelo matemático – hipótesis simplificadora – abstracción – isomorfismo parcial - validez

Resumen: Los alumnos de ingeniería necesitan alcanzar la competencia de resolver los problemas de la profesión, para lograrlo deben interpretar, construir y usar representaciones de los hechos o modelos, cuyo estudio se inicia con las ciencias básicas. En este trabajo se sostiene que la construcción y uso eficiente de modelos se puede iniciar en primer año de las carreras de ingeniería. Para lograr este propósito se utilizan conceptos como: aprendizaje significativo (Ausubel), aprendizaje reflexivo (Perkins) y la concepción sistémica de modelo matemático (Buch), que se integran en un método que se presenta en este trabajo. Este procedimiento permite que los alumnos trabajen tempranamente con modelos y, para ejemplificar el uso del mismo se presenta un caso de Física de primer año. Finalmente se evalúa el desarrollo de la competencia para usar modelos y simulaciones al comienzo de las carreras de Ingeniería.

Introducción:

La práctica de la Ingeniería utiliza en forma permanente modelos matemáticos para representar sistemas reales, es decir, reemplaza conceptualmente un sistema de dominio real formado por objetos materiales por otro formado por objetos de otro dominio, este formado por entes matemáticos [1]. El aprendizaje de los procesos que permiten desarrollar esos modelos matemáticos, requiere interpretar eficientemente que son estos modelos y cuáles son las estrategias para tener éxito al construirlos.

Los ingenieros interpretan, analizan y transforman los sistemas reales, interactuando con teorías, representaciones y porciones de realidad llamadas 'modelos' que permiten diseñar productos futuros o soluciones de problemas. Esto se hace en el campo de las abstracciones, con Ciencia y Métodos Sistémicos.

Un ingeniero experimentado y competente, construye modelos eficientemente de situaciones nuevas y en contextos cambiantes, pero en la Universidad Argentina, persistes una cultura institucional con la concepción del ingeniero con conocimientos tecnológicos de aplicación que le permitan ingresar al circuito laboral de inmediato. Esta cultura no hace énfasis en el desarrollo de competencias generales. Estos conocimientos tecnológicos tienen una obsolescencia rápida, a partir del proyecto Tuning Europeo y posteriormente el Tuning Latinoamericano, se produce un cambio y se pone el énfasis en el desarrollo de competencias, la SPU, CONFEDI y CONEAU han trabajado en esta dirección haciendo énfasis en un fuerte componente de conocimientos básicos y el desarrollo de métodos sistémicos [2].

Este trabajo es un esfuerzo por desarrollar métodos sistémicos generales para trabajar con las representaciones en ingeniería. En él se analiza la producción de modelos, esbozando cómo se construyen, transforman y se señala las restricciones que determinan su validez práctica. Se introduce el concepto de modelo matemático y una sistémica que guía el proceso que se desarrolla al generarlos, luego utilizando un caso sencillo y de fácil aplicación a alumnos de primer año, se ejemplifica todo el proceso hasta obtener conclusiones de su aplicación práctica.

Modelos matemáticos:

Un sistema real es una porción de lo existente, compuesta por un conjunto de elementos relacionados entre sí. Los productos de la ingeniería son sistemas reales, pero esta utiliza sistemas semióticos para describirlos, analizarlos, prever sus comportamientos, diseñarlos y luego construirlos.

Jean Piaget define a una 'representación' como la evocación de los objetos ausentes, pone por un lado, el contexto de los objetos reales y las acciones y por el otro, el de las evocaciones y representaciones [3], luego cuando este reemplazo conceptual de un sistema de dominio de objetos materiales por otro formado por objetos de otro dominio, este formado por entes matemáticos, la representación formada se denomina modelo Matemático (Buch; 2006)

Bunge define un Modelo matemático como el modo de expresar utilizando los instrumentos de la teoría matemática, declaraciones, relaciones, proposiciones sustantivas de hechos o de contenidos simbólicos, dentro de estas están implicadas variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y/o entidades u operaciones y se usan para estudiar el comportamientos de sistemas complejos de la realidad [4]. El término de modelización matemática es utilizado también en diseño gráfico cuando se habla de modelos de los objetos en 2D o 3D, pero no es este el caso analizado.

Se puede expresar que los modelos son una abstracción simplificada de la realidad física, donde es aplicable el SBHM [5] para estudiar el comportamiento de sistemas complejos. En realidad el uso de los modelos no queda circunscripto allí, se utilizan para hacer el camino inverso, permiten traducir los resultados numéricos a la realidad física y determinar propiedades emergentes del sistema representativo que tiene un correlato sobre el sistema real.

Una parte importante en la construcción de modelos y que aparece en el proceso de abstracción lo constituye

el *objeto modelo*, este es una representación de un objeto, a veces perceptible, a veces imperceptible, siempre esquemática y en parte al menos, convencional (Bunge; 1972). Este servirá de poco a menos que se lo encaje en un cuerpo de ideas en cuyo seno puedan establecerse relaciones deductivas. El proceso entonces se basa en definir eficientemente las variables y armar una red de relaciones alrededor de cada objeto modelo.

Si el cuerpo de ideas que lo sustenta, es coherente, la construcción así desarrollada se constituirá un modelo teorético de los individuos concretos. Dicho de otra manera, un modelo teorético de un objeto r supuesto real es una teoría específica Ts concerniente a r, y esta teoría está constituida por una teoría general Tg, enriquecida con un objeto modelo..." (Bunge, 1972). Es preciso decir que un modelo establecido dentro de cierta teoría puede enriquecerse introduciendo detalles particulares de la realidad de aplicación, esto restringe el dominio de aplicación de la teoría general que lo sustenta pero en compensación lo hace verificable"

Buch hace énfasis en que los modelos son una representación de cualidades de un sistema, en otro sistema cuyo dominio de existencia es diferente. En el caso ideal que es difícil de alcanzar, la representación es un *isomorfismo,* como en general difieren en cuanto a su naturaleza, sus propósitos, su complejidad y su fidelidad a la realidad abstraída, entonces algunos modelos reproducen solo algunas cualidades externas del sistema modelado y son isomorfismos parciales, por ejemplo, dibujos normalizados maquetas y otros solo buscan representar gráficamente algunas de las relaciones internas entre los elementos de un sistema por ejemplo los mapas.

Este autor pone a los modelos matemáticos como el grupo más importante de los utilizados actualmente, considera que, cuando van a ser construidos, *se trata de establecer una correspondencia lo más estrecha posible entre el objeto real y un objeto matemático o conjunto de entes matemáticos*, el hecho es que la complejidad de cualquier objeto real hace necesario desarrollar una *abstracción* de ese objeto que consiste en una simplificación e idealización de muchas de sus características, esto incluye hipótesis acerca de su naturaleza que deben ser hechas en forma explícita para dejar bien definido su rango de validez.

Respecto de las hipótesis, Buch pone de manifiesto que las hipótesis que sustentan un modelo pueden ser falsas y dar de todos modos los resultados numéricos verdaderos. Esta situación requiere tomar un posición epistemológica acerca de ello y se da en llamar a un modelo verdadero desde una concepción pragmática, realista o positivista, entonces un modelo verdadero desde esta postura es un modelo útil para predecir el comportamiento del sistema.

Un ejemplo de esta situación es el hecho histórico que muestra como uno de los primeros modelos matemáticos exitoso, fue la descripción matemática de los movimientos aparentes de los astros, introducido por Ptolomeo. Este proponía que el sol, los planetas y la luna giraban en orbitas circulares con la tierra como centro, el modelo fue usado para ajustarlo a los periodos observados dando muy buenos resultados para la precisión de las mediciones con que se contaba en esa época. A la luz de los nuevos conocimientos quedo claro que este modelo es falso, pero se necesitó un tiempo de más de 1000 años para poder hacer otro mejor.

Recién cuando los datos de las mediciones fueron más precisos, se logro determinar divergencias respecto de lo que predecía el modelo de Ptolomeo, respecto de lo observado, esto junto con la liberación de prejuicios ideológicos dieron como resultado la búsqueda de otro modelo que describiera lo que el anterior no podía. El modelo copernicano abandona la posición geocéntrica, pero mantiene las orbitas circulares, esto dio como resultado una mejora sustancial, pero nuevamente la mejora de las mediciones vuelve a poner en duda el modelo que tuvo su periodo de utilidad. La nueva mejora llevó a las órbitas elípticas, la historia no termina allí, nuevas discrepancias aparecida por el aumento de los métodos de medición, permitieron ir generando nuevos modelos "útiles", incluso discrepancias encontradas y con la teoría de Newton ya firmemente establecida han impulsado la búsqueda de nuevos cuerpos dentro del sistema solar, con resultados inéditos.

Estos procesos que la historia tiene registrados, son una importante fuente de ejemplos que permiten conceptualizar la modelización y mostrar cómo, el uso eficiente de los modelos requiere definir con precisión su validez, concepto muy importante a la hora de elegir que hacer frente a un problema de ingeniería, entonces puede decirse que el mejor modelo que representa una realidad, es el más sencillo que la describe con eficiencia.

El aprendizaje con modelos sencillos:

Para desarrollar entonces en los alumnos competencias en la construcción y uso de modelos matemáticos, el planteo de situaciones problemáticas resulta muy enriquecedor, Ausubel sostiene que lo importante es hacer un conocimiento significativo, que el nuevo conocimiento se relacione con los anteriores pero a la vez se introduzcan diferencias de ellos [6]. Se hace propicia en los estudiantes la adquisición de conocimientos significativos durante el trabajo con modelos matemáticos sencillos y su enriquecimiento para aplicaciones particulares, por cuanto, si bien en el proceso de modelización se utilizan conocimientos previos establecidos, para resolver la nueva situación problemática deben elaborar nuevas estrategias, buscar nuevas relaciones, revisar teorías y evaluar la coherencia del producto.

En este sentido, Perkins dice que "*el aprendizaje es una consecuencia del pensamiento. Sólo es posible, retener, comprender, y usar activamente el conocimiento mediante experiencias de aprendizaje en las que los alumnos reflexionan sobre lo que están aprendiendo y con lo que están aprendiendo*" [7]. Esto implica que cuando un sujeto trata de comprender un concepto, un facilitador importante es encontrar ejemplos y significados propios referidos a lo que está aprendiendo que le permitan relacionarlo con el campo de sus conocimientos, así el nuevo concepto tiene un lugar dentro de la red de relaciones entre sus conocimientos y experiencias previas.

Es importante tener en cuenta, que al trabajar con modelos, se trabaja en situación simulada y se corre el riesgo de creer que la situación es idéntica a la real. La experiencia con alumnos de la universidad que cursan los primeros ciclos cuando trabajan con modelos, muestra que estos suelen confundir modelo con realidad. Es importante como señala Edith Litwin [8] que se debe hacer un énfasis en que los modelos constituyen una interpretación de la realidad construida mediante simplificaciones y que solo captan los aspectos que el constructor decidió elegir.

Incorporación curricular de la modelización en ingeniería:

El proyecto Santaló de la UTN Facultad Regional Mendoza, a partir de la resolución de rectorado que aprueba el dictado de la asignatura Integradora I, común a las carreras de Ingeniería Electrónica, Química, Civil y Electromecánica, ha encarado una experiencia piloto durante los ciclos lectivos 2007, 2008 y 2009 en el Anexo Rivadavia de esta Facultad, esta experiencia ha introducido estos conceptos en el desarrollo curricular.

En dicho proyecto se prevée el desarrollo de actividades con contenidos teóricos y prácticos sobre lógica, semiótica y sistémica siguiendo las recomendaciones del segundo Taller sobre "Desarrollo de Competencias en la Enseñanza de la Ingeniería Argentina" (CONFEDI, La Plata, 2006), el "Taller de Competencias Generales del V CAEDI" (Mendoza, 2006) y el XIII EMCI Nacional y VI Internacional, Educación Matemática en las carreras de Ingeniería (Oberá, 2006).

El desarrollo priorizó en todo momento la sistémica, entendida como la rama de la filosofía que se interesa por las características generales de los sistemas concretos en resolución de problemas mediante el uso de conocimientos portables de modo de desarrollar en los alumnos estrategias comunes de desempeño [9]. Dentro de esta línea se encuentra la modelización matemática, respetando el nivel donde se trabaja utilizando y desarrollando modelos sencillos a partir de conocimientos correspondientes al nivel considerado.

Se propone entonces una sistémica que permita a los alumnos abordar la construcción de modelos sencillos y que les haga reflexionar sobre sus creencias epistemológicas y comprender como es el trabajo científico tecnológico que se espera que desplieguen los profesionales de la ingeniería.

Construcción de modelos matemáticos para la ingeniería:

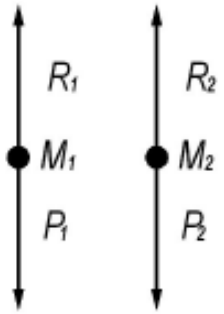
- Identificar plenamente el sistema a modelizar (conjunto de propiedades, relaciones entre propiedades, frontera del sistema o dominio del futuro modelo).
- Identificar las propiedades relevantes y darles nombres (variables del sistema modelado).
- Mediante hipótesis definir simplificaciones sustentadas en teorías, como ser descarte de objetos y propiedades no relevantes, desestimación de correlaciones o imposición hipotética de correlaciones, reemplazo de propiedades complejas por otras simples que las simbolizan con bases teóricas (isomorfismo parcial).
- Construcción del objeto modelo u objeto teorético (Bunge), desarrollo del esquema o representación gráfica simplificada (simbolización) del sistema real a partir de las hipótesis simplificadoras y las teorías que las sustentan (limitaciones de las predicciones del constructo)
- A estos dos últimos pasos se los denomina abstracción, y permite redefinir el objeto real como un objeto interpretado a partir de teorías que introducen su formalización matemática.
- Transformaciones sobre las estructuras matemáticas que relacionan las variables definidas a partir de propiedades elegidas del sistema real para buscar formas convenientes, interpretaciones y estructuras de cálculo.
- Determinación de propiedades emergentes dentro del dominio del modelo, transferencia al dominio del sistema real y obtención de estados del sistema a partir de un estado inicial.
- Desde el dominio del modelo, obtener resultados y predicciones sobre el dominio del sistema real.
- Puesta a prueba del modelo mediante experiencias sobre el sistema real, determinación de los alcances del modelo construido y definición de la frontera que limita su validez.

A modo de ejemplo de aplicación de esta sistémica de construcción de modelo, se desarrolla el siguiente problema sencillo planteado como: Se han pesado mediante una báscula dos medidas de materiales, una de madera de álamo y la otra de láminas de acero de bajo carbono, la citada báscula tiene garantizada una precisión del 0,5%. Las pesadas se hicieron en un establecimiento de Buenos Aires, una detrás de otra por lo que las condiciones ambientales no mostraban variaciones, los valores obtenidos para ambas pesadas fueron iguales y arrojaron un valor de 25000 [Kgf]. Desarrollar al menos dos modelos que representa la situación enunciada y determinar cuál de las medidas pesadas tiene más masa.

- Es necesario identificar plenamente el sistema a modelizar por ello se analiza el conjunto de propiedades, relaciones entre propiedades y la frontera del sistema o dominio del futuro modelo, para este caso se puede identificar propiedades como la masa, el tipo de materiales, las condiciones ambientales, la acción de pesar y sus resultados que son el peso que ha sido enunciado con unidades del sistema Técnico, el valor de la incertidumbre asociado a la acción de pesar y al mecanismo que hace la pesada y el lugar de la pesada que se ha definido por una ciudad (Buenos Aires).
- Las propiedades relevantes dadas como datos directos serán nombradas como:
  P_1= peso de la medida de madera [Kgf] P_2= peso de la medida de chapa de acero [Kgf]
  M_1= masa de la medida de madera [Kgf.S^2/m] M_2= masa de la medida de chapa de acero [Kgf.S^2/m]

El hecho que ha habido una pesada implica que está presente la acción de la aceleración de la gravedad que aparece entonces como se simboliza normalmente la variable "g"

- El primer modelo se construirá haciendo las siguientes simplificaciones:
    1. Se considera que no hay variaciones de la aceleración de la gravedad por mantenerse las mismas condiciones para ambas pesadas.
    2. Los cuerpos pesados se simbolizaran solamente por puntos que representan su centro de gravedad, esto introduce la teoría del equilibrio estático y las propiedades inerciales con que se ha definido centro de gravedad.
    3. Las acciones "fuerza" se simbolizan por vectores lo que permite introducir la formalidad del tratamiento vectorial.
    4. Debido que durante la pesada se ha dejado estabilizar la báscula se considera que se cumple con el equilibrio estático, por lo que es válido todo el tratamiento de la estabilidad para el análisis de la situación.
    5. Las condiciones ambientales no cambian por haber muy poco tiempo entre pesadas, por lo que la presión, temperatura y humedad en el lugar de las pesadas, serán constantes.
    6. Como la pesada se hace en Buenos Aires se puede considerar que se hace a nivel del mar y por su latitud se pueden considerar condiciones *normales* de ensayo.
    7. No se hacen otras consideraciones por lo que se descarta cualquier otra influencia.
- Lo siguiente es la construcción del objeto modelo u objeto teorético como lo denomina Bunge a partir de estas simplificaciones introducidas como hipótesis para desarrollar el modelo.



Se ha colocado en los objetos modelos la simbolización de su centro de gravedad y asignado al mismo, la masa correspondiente, las fuerzas peso (P_1 y P_2) y las reacciones de la balanza (R_1 y R_2) simbolizando la condición de equilibrio estático en la acción de pesar.

$$0 = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{F_k}$$

Ambas pesadas se pueden interpretar a partir de la segunda ley de Newton como resultado de la masa y de la acción gravitatoria por lo que se cumple que.

$$R(reacción\ de\ la\ báscula) = P(peso)$$

- La teoría introducida al construir este objeto modelo permite definir para ambos medidas de material el resultado de la pesada mediante la segunda Ley de Newton.

$$\begin{matrix} P_1 = M_1 \times g \\ P_2 = M_2 \times g \end{matrix} \Rightarrow$$ Los valores arrojados durante la acción de pesar fueron iguales y como "g" es una constante. $\Rightarrow$ $$\begin{matrix} P_1 = M_1 \times g = M_2 \times g = P_2 \\ M_1 = M_2 \end{matrix}$$

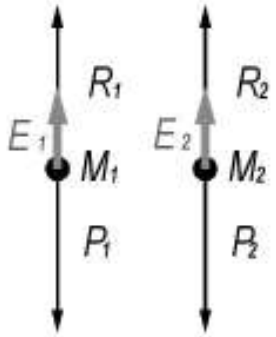
- Expresadas ambas fuerzas mediante la formalización que introduce la segunda ley de Newton y la aplicación de las condiciones impuestas por las simplificaciones se ha relacionado ambos expresiones del peso mediante sus componentes, transformación y tratamiento matemático sencillo permite obtener como resultado la propiedad emergente del modelo construido donde es evidente la igualdad de las masas.
- Debido a que no se han hecho ninguna otra consideración que implique posibles variaciones, este modelo solo puede dar como resultado la igualdad de las masas. Es importante que ha quedado explicito que no se han tomado en cuenta otras consideraciones que pueden hacer variar los valores que arrojan las acciones de pesar, como ser: variaciones en el protocolo aplicado, consideraciones del mecanismo o dispositivo que actúa (palancas, celdas de carga, sistemas de estabilización), las influencias asociadas a pesar en un medio fluido como es el aire, las perturbaciones introducidas por el área expuesta de la carga a las corrientes de aire y cualquier otra acción accidental que introduzca acciones sobre el sistema. Se introdujo la desestimación de todas estas consideraciones mediante la hipótesis simplificadora 7 haciendo la consideración que estas posibles acciones sobre el sistema no representan acciones importantes.

Un análisis más detallado permite determinar que muchas de las posibles influencias no pueden ser eficientemente representadas en el modelo y explican el valor de incertidumbre que se le asocia a la báscula, otras de muy difícil evaluación por ser tan cambiantes o insignificantes en su influencia, pero una es factible de ser incorporada y que puede evaluarse con cierta eficacia, como es el empuje hidrostático que produce un cuerpo sumergido en un fluido (en este caso el aire). Un nuevo modelo puede desarrollarse de esta problemática

haciendo una variación en las hipótesis simplificadoras para introducir esta influencia, el nuevo modelo tiene en cuenta todo lo considerado anteriormente e introduce:

- Se tiene en consideración el empuje hidrostático que aparece en las medidas pesadas, debido al volumen de aire desplazado por dichos cuerpos.

La introducción de esta hipótesis viene a complejizar el modelo, lo que hace tener en cuenta nuevas variables: E_1 y E_2 que serán los empujes hidrostáticos del aire desplazado, δ_1 y δ_2 los pesos específicos de los materiales de los cuerpos y δ_a el peso específico del aire a las condiciones normales. Aparecen además asociadas al principio de Arquímedes y al concepto de peso específico las relaciones con los volúmenes de las medidas V_1 y V_2



Además de la simbolización de su centro de gravedad, las masas correspondientes, las fuerzas peso (P_1 y P_2), las reacciones de la balanza (R_1 y R_2), aparecen los empujes hidrostáticos que son dependientes de los volúmenes, esto lleva a una nueva consideración de equilibrio, aplicando nuevamente.

$$0 = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{F_k}$$

Ambas pesadas se pueden reinterpretar en este nuevo objeto modelo como resultado de la masa y la acción gravitatoria y los empujes hidrostáticos.

R(reacción de la báscula)+E (empuje hidrostático)= M x g (peso)

Como la báscula acusó el mismo valor, implica que está reaccionando a dos acciones combinadas, esto se expresa del siguiente modo

$$R_1 = P_1 - E_1 = P_2 - E_2 = R_2$$

$$E = V \times \delta_a$$

Los empujes pueden obtenerse utilizando el concepto de peso específico lo que introduce la formalización correspondiente con los valores para los materiales δ_1=600Kgf/m^3 y δ_2=7850Kgf/m^3

$$\delta = \frac{P}{V} \quad \rightarrow \quad V = \frac{P}{\delta}$$

$$V_1 = \frac{P_1}{\delta_1} \quad y \quad V_2 = \frac{P_2}{\delta_2}$$

Operando sobre estas expresiones se puede obtener

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_1}{\delta_1} \times \frac{\delta_2}{P_2} = \frac{\delta_2}{\delta_1} \times \frac{P_1}{P_2} \; y\ como \;\; \frac{P_1}{P_2} \approx 1\ o\ muy\ cercano\ a\ 1$$

$$\frac{V_1}{V_2} \cong \frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{7850}{600} = 13{,}08$$

$$V_1 \cong 13{,}08\, V_2$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{V_1}{V_2} \times \frac{\delta_a}{\delta_a} = \frac{V_1}{V_2} = 13{,}08 \quad \rightarrow \quad E_1 = 13{,}08\, E_2 \quad \rightarrow \quad E_1 > E_2$$

Al introducir una hipótesis simplificadora de no considerar el error pequeño que se comete al hacer P1 y P2 como R1 y R2 se puede calcular los empujes como

$$E = \frac{R}{\delta} \times \delta_a$$

$$E_1 = 51{,}666\ Kgf$$

$$E_1 = 3{,}949\ Kgf$$

$$\Delta P = E_1 - E_2 = 47{,}71\ kgf$$

La acción de pesar inmersos en un fluido (aire), hace que los valores de peso realmente no sean los que marca la báscula y como

$$R_1 = P_1 - E_1 = P_2 - E_2 = R_2$$

$$E_1 > E_2$$

$$M_1 > M_2$$

Este resultado no concuerda con el del modelo anterior, en su construcción se ha considerado los valores que acusa la báscula para calcular ΔP.

Este último modelo permite hacer una interpretación del fenómeno de un modo más particular y obtener una aproximación al verdadero valor de las masas en juego, pero es un modelo más complejo. En busca de un mayor acercamiento al sistema real, puede construirse un modelo nuevo en base a este y hacerse más preciso haciendo ajustes mediante un cálculo iterativo donde se vaya utilizando los valores de peso que reduce el empuje hidrostático para ajustar la relación que se consideró $P_1/P_2 = 1$, nuevamente aparece un aumento de la complejidad y una descripción más detallada. Ahora, si se observa que la incertidumbre que afecta a la báscula es de hasta 125 Kgf (0,5 %) en la acción de pesar, se plantea la pregunta; ¿cuán útil son estos modelos?

Se han ido construyendo modelos de complejidad creciente, que describen mejor el fenómeno, que permiten determinar con más precisión valores, pero desde el punto de vista de la resolución del problema planteado, que es determinar cual medida tiene más masa, estos nuevos modelos, no aportan una solución verificable, la incertidumbre de la báscula no permite saber hasta donde las diferencias de masas pueden ser detectadas lo que los hace no prácticos para resolver este problema.

La incertidumbre del sistema real acota la validez pues la bascula no puede discernir eficientemente las diferencias que se pueden producir por el efecto de los empujes, por lo tanto, los modelos que tiene en cuenta esos efectos, sirven desde un punto de vista conceptual para interpretar los hechos pero no para determinar eficientemente cual de las medidas tendrá más masa. Podrán determinarse en la báscula valores iguales y sin embargo tener un peso mayor una de ellas, como ser la de las chapas de acero y esa diferencia hacer que el resultado sea totalmente distinto a lo predicho o viceversa y aumentar más la diferencia de masas que predicen los modelos.

Ahora bien, ¿qué respuesta se debe dar? Si la pregunta es la que hace un profesor de física a sus alumnos universitarios, estos deberían hacer varios modelos y plantear que no se puede dar una respuesta única y explicar el porqué, pero si la pregunta ha sido hecha al empleado de la planta donde ingresan las cargas que se han pesado para determinar lo que deberá pagarse a los proveedores, no queda otra opción que dar la del modelo más simple, que predice que las masas son iguales, aunque el empleado sea un ingeniero o un físico y comprenda totalmente todo lo que se ha discutido aquí.

Conclusiones:

El trabajo con los estudiantes desde la sistémica propuesta está encuadrado en el desarrollo del 'sistema básico de habilidades matemáticas' (SBHM).

En el estudio de los procesos de resolución de problemas es beneficioso introducir modelos sencillos con los estudiantes del primer año de las carreras de ingeniería.

La sistémica desarrollada en la cátedra Integradora I, se adapta muy bien para ser usada en problemas de física y tiene relación directa con el trabajo ingenieril.

Los procesos de resolución de problemas requieren de un entrenamiento mediante resolución de ejercicios y un entramado conceptual a partir del cual interpretar las porciones de realidad sobre la que trabaja la ingeniería, por este motivo sólo se pueden introducir modelos sencillos en primer año de las carreras de ingeniería.

Esta sistémica se adapta muy bien para ser usada en problemas de matemática y de física, aplicada a problemas del mundo fáctico permite alcanzar soluciones de ingeniería.

Asimismo permite la apertura de nuevas líneas de trabajo, en este sentido es importante investigar estrategias de introducción y tratamiento de métodos informáticos que respondan a la realidad actual del trabajo profesional para que las cátedras los usen en el ciclo de especialidad con eficiencia.

Existe una relación directa que vincula estos procesos de enseñanza con las herramientas propias de la ingeniería, mediante, por ejemplo, el uso de simulaciones. Cuando se desarrolla eficientemente la competencia de diferenciar la *representación* de *lo representado*, se adquiere la capacidad de visualizar la validez de los modelos y de las simulaciones que se hacen con ellos.

Referencias bibliográficas:

[1] Buch, T. (2006). *Sistemas tecnológicos. Contribuciones a una teoría general de la artificialidad*. Buenos Aires, editorial AIQUE.

[2] Gomez, L.; Cuadrado, G. (2010). *Nuevos curriculum de ingeniería en la UTN. ¿Competencias o contenidos? en Educación de ciencias empíricas en carreras de ingeniería*. Mendoza, Luis Gomez–Guillermo Cuadrado editores.

Consejo Federal de Decanos de Ingeniería. (2006) Primer acuerdo sobre competencias genéricas, "2do taller sobre desarrollo de competencias en la enseñanza de la ingeniería Argentina" Experiencia piloto en las terminales de Ing. Civil, Electrónica, Industrial, Mecánica y Química. La Plata: UNLP.

[3] Piaget, J (1969). *El nacimiento de la inteligencia en el niño;* Madrid; editorial Aguilar.

[4] Bunge, M. (1972). *Teoría y realidad.* Barcelona, edit. Ariel.

[5] Delgado Rubí, J. R. (1998). "Los procedimientos generales matemáticos" en: H. Hernández Fernandez, et all, Cuestiones de didáctica de la matemática, Rosario, Homo Sapiens.

[6] Zabala, M.(1998) *Diseño y desarrollo curricular* .Madrid. Narcea

[7] Perkins, D. (1999). *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Buenos Aires, editorial Paidos.

[8] Litwin, E. (2008) *El oficio de enseñar. Condiciones y contextos*. Buenos Aires, editorial Paidos.

[9] Bunge, M. (2003). *Emergencia y convergencia*. Barcelona, Gedisa, S.A.; España.