EL CAMBIO DE UNA MAGNITUD VECTORIAL - EL CASO DE LA ACELERACIÓN

Liliana Ledesma y M. Cecilia Pocoví

Argentina

lili300_54@yahoo.com.ar , cpocovi@unsa.edu.ar

Aplicaciones de la Matemática

Palabras Clave: magnitudes vectoriales, operaciones con vectores, aceleración

Resumen

El aprendizaje de magnitudes físicas vectoriales que se definen como el cambio de otra (por ejemplo, la aceleración como el cambio en la velocidad) resulta dificultoso aún para alumnos que han aprobado cursos de matemática con un alto grado de formalización. Se presentan los resultados de una experiencia piloto realizada con estudiantes que se aprestan a comenzar el primer curso de Física en las carreras de Ingeniería de la UNSa. El estudio se realiza desde la perspectiva planteada por Alexander y Kulikowich (1994) de aprendizaje a partir de Textos y desde la perspectiva de cambio conceptual de Chi (1992 y 2008). Los resultados muestran una leve mejora en el aprendizaje a partir de textos con alto contenido lingüístico que incluye la descripción de la ontología de la magnitud estudiada.

Introducción

El aprendizaje de Física en las Carreras de Ingeniería está precedido, en la mayor parte de las Universidades, por una sólida formación en matemática. A pesar de poder realizar correctamente operaciones sencillas con vectores (como la diferencia de dos vectores) en los cursos de matemática, los alumnos presentan serias dificultades en la interpretación de una magnitud física definida como el cambio de una magnitud vectorial; por ejemplo, este es el caso de la aceleración. La justificación sobre-simplificada e ingenua que aduce una mala formación de los alumnos en matemática no se puede aplicar en este caso ya que cuando los mismos se aprestan a cursar la primera Física de su carrera, ya han aprobado los cursos de matemática previos que poseen un alto grado de formalización. Existen otras explicaciones alternativas a estos problemas que fueron analizadas en este trabajo.

En el caso específico de la aceleración, trabajos de investigación previos han estudiado distintas dificultades que surgen en su aprendizaje. Ha sido demostrado que a pesar de llegar a la solución numérica correcta de un problema, los estudiantes no poseen un entendimiento claro de los conceptos (Driver, 1986; Trowbridge y Mc Dermott, 1981). Varios estudios muestran que los estudiantes no distinguen entre los conceptos de velocidad y aceleración (Mc Dermott, 1984; Jones, 1983). En otras palabras, los trabajos de la década de los ochenta se limitaron a determinar las dificultades en la comprensión del concepto de aceleración que presentaban los alumnos: el conocimiento del concepto de aceleración es limitado a su definición operacional y su aplicación a problemas es de carácter mecánico. En el presente trabajo se aborda una solución al problema detectado desde la lectura de textos con ciertas características. El aprendizaje a partir de textos constituye una fuente importante de conocimiento para los estudiantes universitarios. Pocoví y Hoyos (en prensa) mostraron que a veces los libros de texto favorecen una conceptualización incorrecta de parte de los alumnos.

En resumen, muchos estudiantes no logran el cambio conceptual esperado y apropiado. En la próxima sección, se presentan las bases de la teoría de cambio conceptual propuesta por (Chi et al. 1994) y la de Alexander y Kulikowich (1994) respecto al aprendizaje a partir de textos, teorías que fueron seleccionadas entre varias por su adecuación al presente estudio. Dicha presentación no pretende ser un análisis acabado de los fundamentos de las teorías mencionadas. Se recomienda al lector referirse a los trabajos citados para completar esta síntesis.

Fundamentación

Chi (1992) estableció que la mala comprensión de la naturaleza o del "estatus ontológico" de un concepto a ser estudiado es un factor importante que afecta el aprendizaje. Su teoría categoriza las entidades en el mundo como conceptos "basados en materia" y "basados en procesos." Muchos trabajos (Chi et al, 1994; Keil, 1979; Slotta et al, 1995, Chi, 2008) muestran que el conocimiento conceptual está estructurado de acuerdo a categorías, siendo las categorías tipo "Materia" y tipo "Proceso" de gran importancia en la enseñanza de Física. Mientras que la mayoría de los conceptos en Física pertenecen a la categoría "Proceso" (Chi et al. 1994), es común que los estudiantes asimilen los conceptos en la categoría "Materia" (Reiner et al., 2000;Pocoví y Hoyos, 2006; Pocoví, 2007).

Los atributos ontológicos asociados con una cierta categoría son la clave para saber si un concepto pertenece a una categoría o no. Chi et al. (1994) definen los atributos ontológicos como "*una propiedad que una entidad podría*

potencialmente tener como consecuencia de pertenecer a esa categoría" (p. 29). Por ejemplo, "agua" pertenece a la categoría "Materia" porque los atributos asociados con esta categoría, como ser "empujable", "contenible", "consumible", entre otros (Reiner et al., 2000, p. 5), pueden formar una oración con sentido cuando se usan como predicados de agua. En el caso del concepto de Fuerza, este no pertenece a la categoría Materia: hablar de una Fuerza como "empujable", "contenible" o "consumible" no tiene sentido. La identificación de "aceleración" con un concepto tipo Materia, lleva a la predicación errónea de este concepto. Por ejemplo, la frase "La aceleración del auto se gasta" no tiene sentido pues se está predicando el concepto de aceleración con atributos correspondientes a la categoría Materia. Hace falta llamar la atención sobre la palabra "potencialmente" que se encuentra en la definición de atributos ontológicos para tener presente la distinción entre frase sin sentido y frase falsa. Una silla (concepto tipo Materia), puede ser predicada con el adjetivo azul (atributo ontológico de objetos materiales), lo cual dará por resultado una frase con sentido pero falsa en el caso de que ésta sea amarilla. En cambio, si se predica silla con "termina en una hora" (atributo ontológico de la categoría Eventos) se obtiene una frase sin sentido pues se está predicando un concepto tipo Materia con un predicado perteneciente a conceptos de otra naturaleza.

La definición de la categoría de los conceptos tipo "Proceso" ha sido refinada en Chi (2008). El concepto aceleración pertenecería a la categoría de "Procesos Directos" pero por simplicidad nos referiremos solamente a un concepto tipo "Proceso". Esta categoría tiene atributos ontológicos como: "un agente o un subgrupo de agentes pueden causar el patrón observado" (la diferencia entre la velocidad final e inicial en un intervalo de tiempo da por resultado una aceleración) e "el mecanismo que produce el patrón es un cambio incremental" (la aceleración se debe a un cambio en la velocidad), "los agentes poseen un estatus especial respecto del patrón" (la aceleración es siempre velocidad final menos la inicial y no al revés) (Chi, 2008), entre otros.

Una categorización ontológica equivocada de un concepto o la comprensión errónea de los atributos ontológicos de una categoría implica que el estudiante no posee un conocimiento adecuado del concepto. La interpretación de la aceleración como una entidad material que se consume correspondería a entenderla erróneamente como un concepto tipo Materia. La idea de que la aceleración posee siempre el sentido de la velocidad inicial o de la final correspondería a confundir un concepto tipo Proceso, como lo es la aceleración, con otro de la misma naturaleza (como lo es la velocidad o cambio de posición). Además, la idea de que no existe aceleración cuando cambia la dirección de la velocidad mientras su magnitud se mantiene constante, si bien implica pensar a la aceleración como un Proceso (pues se está considerando la diferencia entre dos cantidades), el mismo se simplifica o se reduce a un cambio en la magnitud de la velocidad, ignorando el cambio en la dirección. Mientras la solución a la primera situación mencionada implicaría un cambio conceptual radical que consiste en el aprendizaje de una categoría ontológica desconocida para el alumno (Chi, 1992), las dos últimas situaciones corresponderían a un cambio conceptual no radical más fácil de lograr ya que implica modificar algunos atributos ontológicos dentro de una misma rama. Ya que los alumnos han aprendido en los cursos de matemática a realizar operaciones con vectores, es de esperar que la ejemplificación de situaciones Físicas alcance para que comprendan el Proceso asociado con la aceleración.

Las consecuencias de la teoría de Chi et al.(1994) con respecto a la instrucción fueron señaladas por la misma autora. "*...La instrucción debe hacerse describiendo (tal vez mediante ejemplos) la naturaleza de esta categoría ontológica, después de lo cual, los estudiantes pueden asimilar nueva información a esta categoría de conocimiento*." (Chi y Slotta, 1993). Otra consecuencia para la instrucción es que "*debe realizarse enseñando esta nueva categoría ontológica de conceptos independientemente de las concepciones pre-existentes*" (Chi, 1992, p. 179).

Una de las actividades de aprendizaje más importantes que realizan los alumnos a nivel universitario consiste en la lectura de textos (Nist y Simpson, 2000). En el caso particular de textos de Física, la comprensión de alumnos secundarios fue relacionada con la estructura y los gráficos de los textos en Pandiella, Calbó Torné y Macías (2004). Otero, Moreira y Greca (2002) estudiaron cómo se utilizan las imágenes en libros de texto de nivel medio y universitario e hipotetizan acerca de la influencia de estos distintos tipos de imágenes en la comprensión. Alexander y Kulicowich (1994 y 1991) y Alexander y Jetton (2000) han estudiado características propias de los textos de Física que afectan la compresión. De acuerdo a estas autoras, estos textos se caracterizan por ser "bilingües" ya que constan de dos sistemas (simbólico y lingüístico) entre los cuales el lector debe moverse para lograr la comprensión. El sistema simbólico está compuesto de ecuaciones, gráficos y diagramas. El sistema lingüístico consiste en las explicaciones verbales aclaratorias del sistema simbólico. Las autoras se refieren a que los lectores "traducen" de un sistema a otro cuando tratan de comprender lo que leen. Los requerimientos de procesamiento de información por parte del lector aumentan cuanto menos abundantes y explícitas son las "traducciones" lingüísticas.

En este trabajo se combinan los marcos teóricos de Chi (1992) y de Alexander y Kulicowich (1994) en el estudio de los efectos sobre la comprensión que tienen las explicaciones lingüísticas en un texto, cuando dichas explicaciones muestran la ontología del concepto de aceleración enfatizando su carácter vectorial y diferencial. Para ello se diseñaron textos con distinta cantidad de traducciones lingüísticas y se midió la comprensión lograda mediante una encuesta.

Desarrollo

Se diseñaron cuatro textos destinados a los 59 alumnos de las carreras de Ingeniería que aprobaron los cursos de Análisis I y Algebra Lineal y Geometría Analítica y se aprestaban a comenzar a cursar Física I. La experiencia se llevó a cabo en el contexto de un curso de nivelación cuyo dictado es previo al comienzo de las clases de Física I. Los textos tienen una misma sección inicial en la cual se definen las variables de posición y velocidad. El concepto de velocidad intuitivo coincide en la mayor parte de los casos con la idea científica de velocidad en cuanto a que se asocia con una variable que posee magnitud, dirección y sentido. No se hizo hincapié en la diferencia entre los conceptos de magnitudes promedio e instantáneas pues se trabajó poniendo el foco sólo en el carácter vectorial presente en una primera aproximación al concepto de aceleración (y por ende velocidad). En este sentido, el concepto adquirido por los alumnos en esta primera mirada puede clasificarse como rústico. En una segunda sección se presenta la aceleración.

Cada uno de los textos sobre aceleración fue diseñado con un grado diferente de traducción del sistema simbólico al lingüístico. A medida que se aumentan las explicaciones de este tipo, se enfatiza el carácter vectorial y diferencial de la aceleración. El texto T1 es el que posee mayor cantidad de traducciones simbólico-lingüísticas. Le siguen, en orden decreciente, los textos T2, T3 y T4. Se mencionan más abajo, algunos ejemplos para ilustrar la situación. La secuencia seguida en el diseño de los textos consistió en elaborar primero el texto T1 y a partir de él se obtuvieron T2, T3 y T4 para asegurar así, que los textos difirieran sólo en el grado de traducciones lingüísticas. Por razones de espacio, se presenta el texto completo y al final de cada párrafo se indica el texto en el que se incluye la explicación.

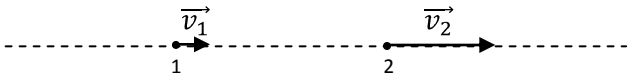
"*Muchas veces, cuando un móvil se desplaza, su velocidad cambia. A ese cambio de velocidad le llamamos aceleración. [T1, T2, T3]*

La ecuación que define la aceleración es $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. *[T1, T2, T3,T4]*

El símbolo Δ quiere decir "cambio" es decir que, en palabras la aceleración es el cambio de la velocidad en cierto tiempo. Si en un tiempo t_1 *el móvil se desplaza con velocidad* $\overrightarrow{v_1}$ *y en un tiempo* t_2 *el móvil se desplaza con velocidad* $\overrightarrow{v_2}$*, entonces la aceleración se puede expresar como:* $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{v_2}-\overrightarrow{v_1}}{t_2-t_1}$. *[T1, T2, T3]*

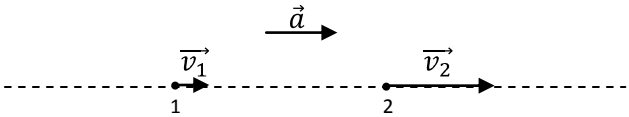
Se debe notar que la resta de velocidades es una resta de vectores (el final menos el inicial) y que la aceleración tendrá la dirección y sentido de ese vector resta (o diferencia). [T1, T2]

Por ejemplo, si en un tiempo t_1 *un auto se desplaza con velocidad* $\overrightarrow{v_1}$ *y en un tiempo* t_2 *se desplaza con velocidad* $\overrightarrow{v_2}$*, como muestra la figura,*

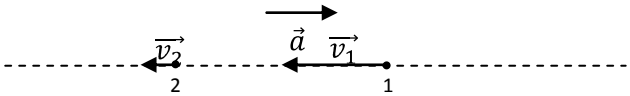


La aceleración en ese tramo tendrá la dirección y sentido de la resta de los dos vectores $\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}$ *o* $\overrightarrow{v_2} + (-\overrightarrow{v_1})$*, es decir, tendrá la dirección y sentido hacia la derecha. El* Δt *no contribuye a definir ni la dirección ni el sentido del vector aceleración ya que es un escalar. [T1, T2]*

O sea, aproximadamente podemos indicar la aceleración con el siguiente vector [T1, T2]

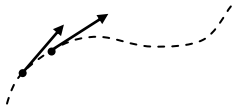


Otro caso en el que la aceleración posee esa dirección y sentido se puede dar cuando el móvil se desplaza hacia la izquierda y su velocidad disminuye a medida que avanza [T1, T2]

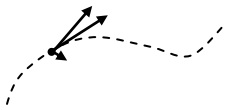


Debemos notar además que las velocidades son vectores asique un cambio en la velocidad puede producirse debido a un cambio en la magnitud del vector velocidad o debido a un cambio en la dirección o el sentido del vector velocidad. Si, por ejemplo, un auto toma una curva (ver figura siguiente) y la magnitud de su velocidad es constante, el movimiento será acelerado ya que la dirección de la velocidad cambia a medida que el auto realiza la trayectoria curva. [T1]

Para ver gráficamente cómo es el vector resta o diferencia entre $\overrightarrow{v_2}$ y $\overrightarrow{v_1}$ se suele trasladar los dos a un solo punto y allí se realiza la resta. [T1]

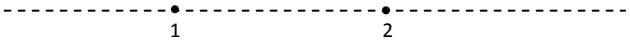


Si a ese vector resta lo colocáramos en el mismo origen que a los de velocidad, veríamos que apunta hacia adentro de la curva. Entonces, podemos decir que en este caso, el móvil se moverá con una aceleración que apunta hacia adentro de la curva.[T1]"

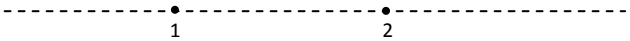


Los alumnos leyeron la secuencia de los cuatro textos (comenzando por T4) y entre texto y texto respondieron al cuestionario (siempre las mismas preguntas) que se muestra a continuación.

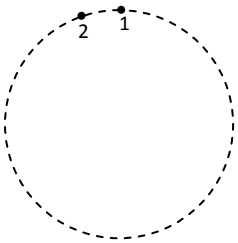
"*Contesta las preguntas en las siguientes situaciones:*
a) Un auto se mueve hacia la derecha a una velocidad de magnitud 60 Km/h y después de un segundo se mueve a una velocidad de magnitud 65 Km/h. Suponiendo que el auto se encuentra en los puntos 1 y 2 en los distintos tiempos, dibuja la velocidad del auto en cada instante. ¿Existe aceleración? Si es así, dibuja aproximadamente el vector aceleración en ese tramo.



b) Un auto se mueve hacia la derecha a una velocidad de magnitud 60 Km/h y después de un segundo se mueve a una velocidad de magnitud 55 Km/h. Suponiendo que el auto se encuentra en los puntos 1 y 2 en los distintos tiempos, dibuja la velocidad del auto en cada instante. ¿Existe aceleración? Si es así, dibuja aproximadamente el vector aceleración en ese tramo.



c) Un auto se mueve en una rotonda en una trayectoria circular y el velocímetro marca permanentemente 40 km/h. Dibuja la velocidad del móvil en los puntos 1 y 2. Determina si existe aceleración y, en caso afirmativo, dibújala en forma aproximada."



Como se puede observar, mientras en el inciso a) la aceleración posee la misma dirección y sentido que la velocidad, los incisos b) y c) de la encuesta apuntan a detectar si el alumno comprende la idea de diferencia entre vectores.

Resultados

La Figura 1 muestra la distribución de las respuestas para el ítem 1 de la encuesta después de que los alumnos han leído los distintos textos (T4 a T1 con traducción lingüística creciente). Este ítem es el más sencillo de los tres, tanto matemáticamente como físicamente pues consiste en un móvil cuya aceleración es en el mismo sentido que la velocidad tanto inicial como final (es decir, la resta de vectores velocidad tiene el mismo sentido que cada uno de los vectores).

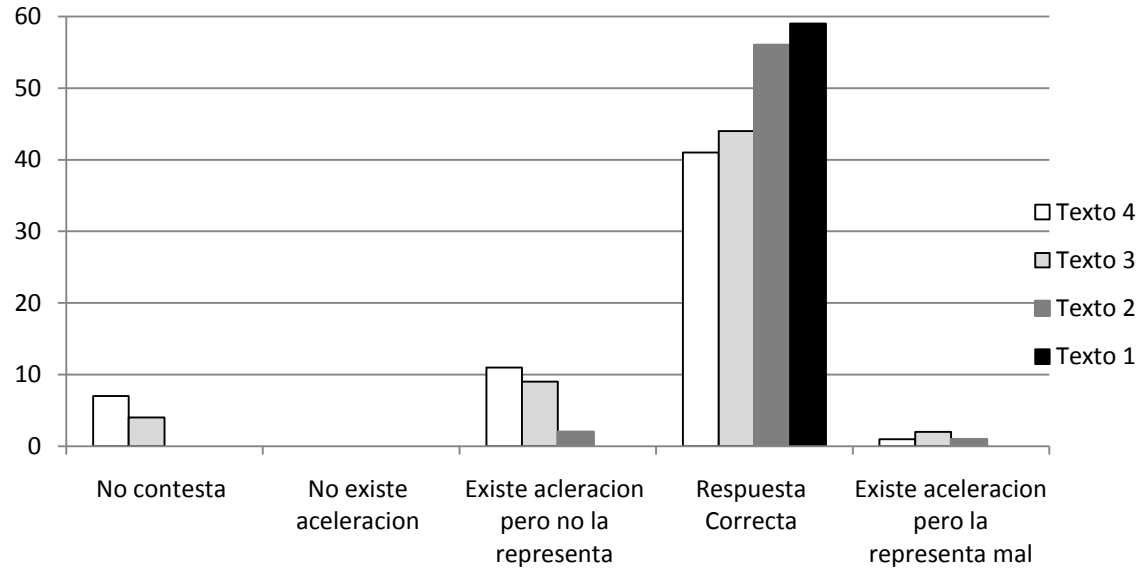


Figura 1

Se puede apreciar una mejora en las respuestas correctas (identificación del movimiento como acelerado y dibujo aproximado de la aceleración y de las velocidades intervinientes) a medida que los estudiantes leen textos con mayor explicitación lingüística centrada en la ontología del concepto aceleración (vector que es la diferencia de otros dos). En la situación inicial existe un 67% de respuestas correctas que, en la situación final aumentan hasta el 100% (después de leer el texto 1). El cambio más pronunciado en las respuestas correctas se da cuando los alumnos leen el Texto 2 que incluye un ejemplo concreto en donde se muestran los dibujos de los vectores involucrados.

La Figura 2 muestra la distribución de las respuestas para el ítem 2 de la encuesta después de que los alumnos han leído los distintos textos. Este ítem permite determinar si los alumnos confunden el concepto Tipo Proceso de aceleración con la velocidad que, si bien también pertenece a la categoría de Proceso, conforma la aceleración sólo cuando se realiza la diferencia entre dos vectores velocidad (por supuesto, dividido un intervalo de tiempo).

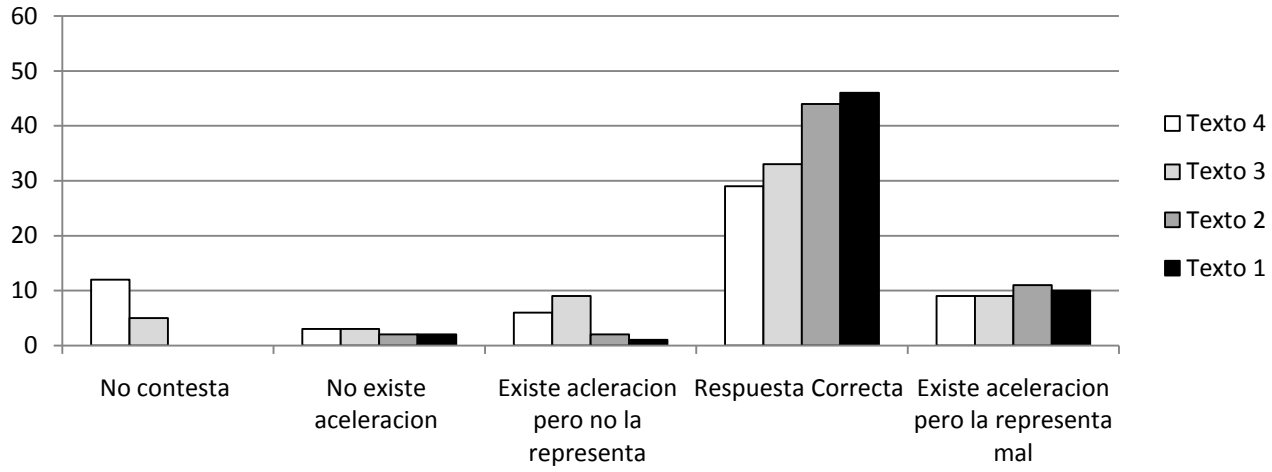


Figura 2

Como se ve en la Figura 2, las respuestas correctas inicialmente constituyen un 55 % del total de respuestas. El porcentaje de respuestas correctas final es de 76%. Cabe notar que en el ítem 2 se repite el patrón de respuestas correctas en cuanto a que el cambio más notable de dichas respuestas se produce cuando los alumnos leen el Texto 2 en el cual se complementa la definición matemática analítica de la aceleración con ejemplos concretos en donde se muestran dibujos de los vectores velocidad intervinientes y de su diferencia.

La Figura 3 muestra la distribución de las respuestas para el ítem 3 de la encuesta. Como se puede apreciar, este es el caso en el que los alumnos presentan más dificultades con el manejo del concepto de aceleración.

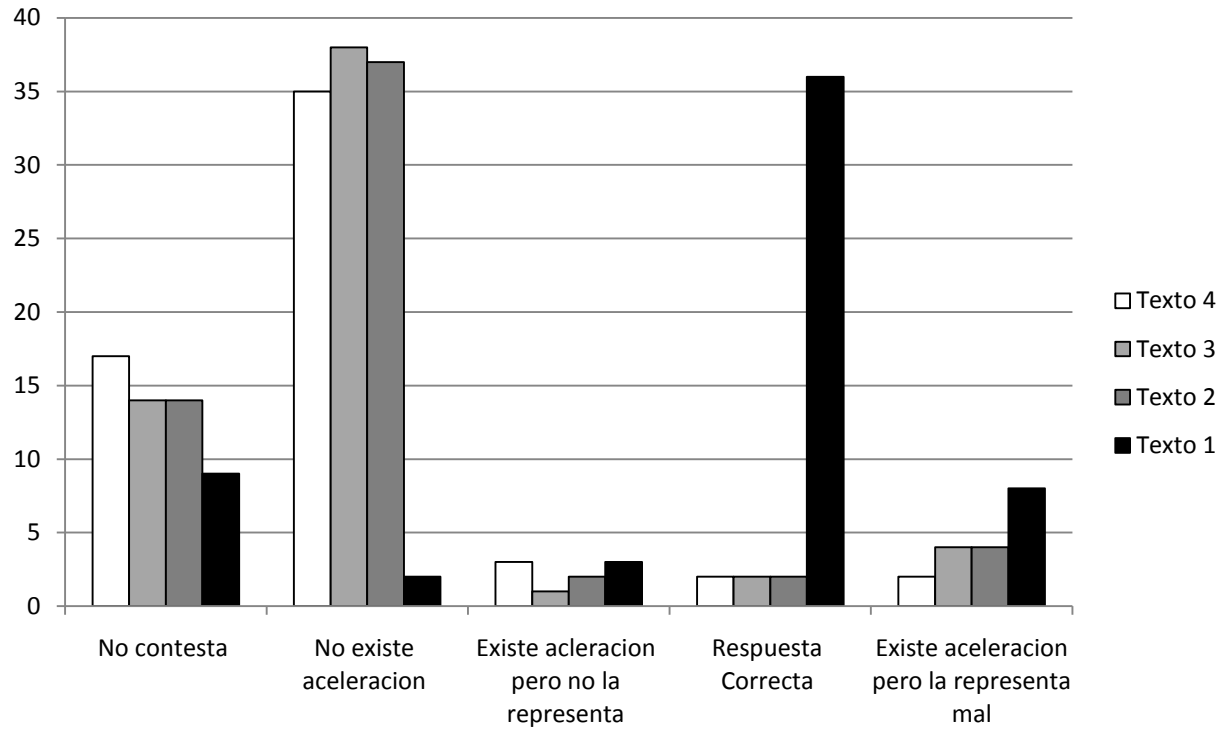


Figura 3

Se puede notar que el ejemplo concreto presentado en el Texto 2 (diferencia de dos vectores en la misma dirección) no es suficiente para que los alumnos interpreten a la aceleración como una diferencia de vectores en general; es decir, no es suficiente para que los alumnos tengan en cuenta que los vectores pueden tener direcciones diferentes y la misma magnitud. Sólo cuando el texto (Texto 1) muestra un ejemplo concreto con dibujos de vectores en distintas direcciones y su diferencia, se produce un cambio notable en la cantidad de respuestas correctas. Hasta que esto sucede, es llamativa la cantidad de estudiantes que contestan que no existe aceleración. En este caso, los estudiantes están considerando a la aceleración como un proceso ya que la calculan como una diferencia pero a las velocidades que restan les asocian exclusivamente la magnitud, olvidándose de la dirección y el sentido.

Conclusiones

Se estudió la influencia de las traducciones lingüísticas en un texto de Física sobre la comprensión del concepto de aceleración. Los resultados muestran que la expresión matemática analítica del concepto de aceleración no es suficiente para que los alumnos comprendan el concepto de aceleración correctamente: las respuestas a partir de la lectura del Texto 4 se caracterizan por no tener en cuenta el carácter vectorial y diferencial de la aceleración. Las respuestas al segundo ítem después de las dos primeras lecturas manifiestan una identificación del Proceso asociado con la aceleración (cambio de velocidad en el tiempo) con otro Proceso como lo es la velocidad (cambio de posición en el tiempo). Las respuestas al tercer ítem también se caracterizan por plantear a la aceleración como un proceso (como una diferencia) pero los vectores intervinientes en la misma son despojados de la dirección y retienen solamente la magnitud. Estas dos interpretaciones erróneas de lo que es la aceleración requieren un cambio conceptual no radical según Chi (1994). Como se dijo anteriormente, este tipo de cambio conceptual puede lograrse enseñando al alumno la ontología del concepto a aprender, a veces, mediante ejemplos.

Los resultados mostrados nos permiten extraer algunas conclusiones acerca de las bondades de textos que poseen una gran cantidad de traducción simbólica-lingüística para el caso de magnitudes que son derivadas de otras o que se producen por el cambio de otra. La lectura de textos pobres en el sistema lingüístico y limitado a las expresiones matemáticas analíticas no parece ser tan productiva (en términos de comprensión) como la lectura de textos con un alto grado de traducción de los símbolos a palabras que apunten a mostrar la ontología del concepto a aprender. Más aún, la comprensión de conceptos tipo proceso deberá estar acompañada de ejemplificaciones que muestren de manera concreta los dibujos de los vectores involucrados y sus diferencias. Dichos resultados alertan sobre el cuidado que deben tener los docentes al sugerir textos para que los alumnos aprendan un tema.

Se puede sugerir la incorporación de algunos ejemplos concretos de Física en los cursos de Matemática con el fin de que los alumnos vayan conociendo la existencia de magnitudes físicas que resultan de la diferencia de dos vectores y trabajen de manera más concreta con diferencias de vectores con aplicaciones a la vida diaria.

Estos resultados nos han inducido a pensar en investigaciones futuras en las que se incluyan otros factores que afectan la comprensión de los textos de Física como el tipo de lector, el conocimiento formal previo del tema y la estructura de los textos.

Referencias Bibliográficas

Alexander, P.A. y Kulicowich, J.M. (1991). Domain-specific and strategic knowledge as predictors of expository text comprehension. *Journal of Reading Behavior*, 23, 165-190.

Alexander, P.A. y Kulicowich, J.M. (1994). *Learning from a Physics text: A Synthesis of recent research. Journal of Research in Science Teaching, 31*,9, 895-911.

Alexander, P.A. y Jetton, T.L. (2000). Learning from Text: A multidimensional and developmental perspective. En (Kamil, Mosenthal, Pearson, Barr, Eds.) *Handbook of Research of Reading Research.* Vol III. (pp.285-311). NJ: LEA, Inc.

Chi, M. T. H. (2008). Three Types of Conceptual Change: Belief Revision, Mental Model Transformation, and Categorical Shift En S. Vosniadou (Ed.), *Handbook of research on conceptual change* (pp. 61-82). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Chi, M. T. H. (1992). Conceptual Change Within and Across Ontological Categories: Examples From Learning and Discovery in Science, in Giere, R. (ed.). *Minnesota Studies in the Philosophy of Science* Vol XV, 129-186, Minneapolis: University of Minnesota Press.

Chi, M. T. H. & Slotta, J. D. (1993). The ontological coherence of intuitive physics. *Cognition and Instruction*, 10 (2 & 3), 249-260.

Driver (1986) Psicología cognitive y Esquemas conceptuales de los alumnos. Enseñanza de las Ciencias. 4(1), 3-15.

Mc Dermott, L. C. (1984) Research on Conceptual Understanding in Mechanics. *Physics Today*, 24-32.

Jones, T.A.(1983). Investigation of Students' Understanding of Speed, Velocity and Acceleration. Research in Science Education, 13,95-104

Nist, S.L. y Simpson, M. (2000). College Studying. En *Handbook of Reading Research.* Vol III (Editores: Kamil, Mosenthal, Pearson, y Barr) 645-666. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Otero, R., Moreira, M. A. y Greca, I. (2002). El uso de Imágenes en Textos de Física para la Enseñanza Secundaria y Universitaria. *Investigacoes em Ensino de Ciencias*, Vol 7, N° 2.

Pandiella,S., Torné, P.C. Y Macías, A. (2004). Las carácterísticas de los textos de física y su incidencia en la comprensión. *Investigaçoes em Ensino de Ciencias*, 9(1).

Pocoví, M. C. Y Hoyos, E. (en prensa) (Aceptado para su publicación en Octubre 2009) Corriente de desplazamiento: su presentación en textos y su comprensión por parte de los estudiantes. Aceptado en la *Revista de Enseñanza de las Ciencias*.

Reiner, M., Slotta, J. D.,Chi, M.T.H. & Resnick, L.B. (2000). Naive physics reasoning: a commitment to substance – based conceptions. *Cognition and Instruction*, 18 (1), 1-34.

Slotta, J. D., Chi, M. T. H., Joram, E. (1995). Assessing students' misclassifications of physics concepts: an ontological basis for conceptual change. *Cognition and Instruction*, 13 (3), 373-400.

Trowbridge, D.E. y Mc Dermott L. C. (1981) Investigation of Student Understanding of the Concept of Acceleration in One Dimension. *American Journal of Physics.* 48, 242-253.