# SOFTWARE EDUCATIVO DESARROLLADO PARA TEMAS DE CÁLCULO NUMÉRICO: ÚLTIMOS AVANCES

**María E. Ascheri[1], Rubén A. Pizarro[1], Gustavo J. Astudillo[1], Pablo García[1], María E. Culla[1]**
[1]Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa
Avda. Uruguay Nº 151 - Santa Rosa - La Pampa - Argentina
mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar ruben@exactas.unlpam.edu.ar

**Área temática:** Experiencias de cátedra.
**Palabras Clave:** software educativo, enseñanza-aprendizaje, Cálculo Numérico, herramientas libres.

**Resumen**

Presentamos los últimos avances alcanzados a partir de la elaboración y puesta a prueba del software educativo que venimos desarrollando en un Proyecto de Investigación, sobre temas de Cálculo Numérico.
Nuestro objetivo final es investigar el impacto que producirá el uso de este software en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los siguientes temas abordados en el mismo: "Resolución Numérica de Ecuaciones no lineales" e "Interpolación y Aproximación Polinomial y Ajuste de Curvas por Mínimos Cuadrados".
Una de las principales características de este software es que está desarrollado con herramientas libres y disponibles en la Web, actuando en beneficio de su disponibilidad y de su uso en cualquier momento. En lo que refiere a la Cátedra de Cálculo Numérico, lo utilizamos durante el desarrollo de las actividades teóricas y prácticas, y en las evaluaciones parciales.

## Introducción

En primer lugar, comenzamos realizando un relevamiento de software educativos relacionados con los contenidos temáticos que pensábamos trabajar de Cálculo Numérico, como así también de herramientas libres disponibles para el desarrollo Web que permitieran su diseño (Ascheri et al., 2007). Esta asignatura se dicta para las carreras de Profesorado en Matemática, Licenciatura en Física e Ingeniería Civil.

El desafío no estaba únicamente en desarrollar una aplicación Web, sino que además debería ser un software educativo. Debiéramos aclarar, entonces, qué entendemos por software educativo. Consideraremos software educativo a toda aplicación informática que se haya diseñado intencionalmente para impactar en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Tomaremos la definición dada por Pere Marquès (1996): "*programas para ordenador creados con la finalidad específica de ser utilizados como medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje*". Teniendo esto como referencia, avanzamos en la selección de herramientas de libre acceso que nos permitieran hacer el desarrollo de un software libre. Esto es, "*el software libre es aquél que puede ser distribuido, modificado, copiado y usado; por lo tanto, debe venir acompañado del código fuente para hacer efectivas las libertades que lo caracterizan.*" (Culebro Juárez et al., 2006). Estas libertades, según la Free Software Foundation, son:

1. para ejecutar el programa sea cual sea nuestro propósito,
2. para estudiar el funcionamiento del programa y adaptarlo,
3. para redistribuir copias ,
4. para mejorar el programa y luego publicarlo para el bien de toda la comunidad.

A continuación, elaboramos un primer prototipo utilizado para la enseñanza y el aprendizaje del tema "Resolución Numérica de Ecuaciones no lineales" diseñado en el lenguaje de programación PHP y con la librería JPGRAPH. (Ascheri et al., 2008 a y b) (figura 1).

Figura 1. Página principal del primer prototipo

A partir de este prototipo (finales del 2008 y principios del 2009), hicimos una primera evaluación de la aplicación para detectar posibles errores al usarla. Nos concentramos, principalmente, en un aspecto importante para el análisis y diseño de software: la interfase. Según Pere Marquès (1996), la interfase es *el entorno a través del cual los programas establecen el diálogo con sus usuarios, y es la que posibilita la interactividad característica de estos materiales*.

Son varios los aspectos a tener en cuenta al momento de diseñar la interfase de usuario. Pero como debíamos analizar una aplicación Web, nos concentrarnos en la *usabilidad*. La usabilidad *se refiere a la capacidad de un software de ser comprendido, aprendido, usado y ser atractivo para el usuario, en condiciones específicas de uso* (Wikipedia, 2009). La usabilidad tiene dos aspectos centrales, el *contenido* y la *estética*, y el balance entre ellos es muy importante. La interfase no debe ser una barrera para poder entender el contenido (Baeza Yates y Rivera Loaiza, 2002). Aunque la definición de usabilidad se aplica al software en general (y a otros dispositivos), cuando hablamos de software educativo esto cobra mayor importancia debido a que se pretende que el software sea una herramienta que estimule el aprendizaje. Por lo tanto, no debiera ser la utilización de la aplicación un obstáculo para lograr este objetivo. Para que un software educativo motive al aprendizaje, es fundamental que sea atractivo y de fácil manejo (Díaz-Antón et al., 2002). Esto está relacionado directamente con la usabilidad. Para medir la usabilidad de una aplicación, existen una serie de métricas y métodos que buscan hacer que un sistema sea fácil de usar y de aprender (Baeza Yates y Rivera Loaiza, 2002). En la Web, la usabilidad toma una relevancia particularmente importante, ya que las páginas Web son accedidas por un gran número y variedad de usuarios. En el software a medida, es posible caracterizar al tipo de usuario y tomar los recaudos de diseño necesarios. Pero en las aplicaciones Web, por lo expuesto anteriormente, el caracterizar a un usuario es muy difícil. Si bien podríamos pensar que al ser un software educativo que está destinado a ser una herramienta de cátedra y, en ese caso, nos sería posible realizar un perfil del alumno que lo utilizará, esta aplicación estará disponible en Internet y no podemos circunscribir el tipo de usuario sólo a los alumnos de la cátedra. En este contexto, es necesario que, como diseñadores, tengamos presente la usabilidad.

Luego de su prueba con los alumnos, realizamos una serie de ajustes que permitieron optimizar su uso. A partir del análisis y evaluación de esta primera versión pudimos concluir que, en general, el impacto de la utilización del software en la asignatura Cálculo Numérico era positivo. Además, nos permitió detectar debilidades y fortalezas de la aplicación y generar un segundo prototipo (Ascheri et al., 2008 c y 2009) (figura 2)

Figura 2. Página inicial del segundo prototipo

Una parte constitutiva de la Web, y tenida en cuenta en las evaluaciones de usabilidad, es el *hipertexto*. Si bien podríamos pensar en el hipertexto, simplemente, como la forma en que se puede recorrer un sitio Web, es más que esto. Podemos ver al hipertexto como una forma de definir la estructura del contenido y la manera en que éstos van a llegar a los alumnos. Según Burbules y Callister (2001), *la estructura organizativa del hipertexto puede reflejar la estructura organizativa del tema tratado o de la red semántica de un experto.* Es posible mediar un documento a través del hipertexto, utilizando la estructuración de los enlaces de manera de mostrar un camino al alumno o enriqueciendo la propuesta a través de vínculos con otros documentos (Prieto Castillo, 1999). Con el hipertexto tenemos la oportunidad de enseñar algo al alumno, lo que puede parecer caótico y sin una dirección puede ser mediado a través de los enlaces con fines didácticos. Esto es lo que Litwin (2001) denomina *re-centración*. Debemos tener cuidado al marcar el camino de no convertirlo en un callejón sin salida. Podemos marcar un rumbo, marcar una forma de razonamiento o el *cómo hacer*, pero también debemos dar la libertad para que el alumno recorra la red de enlaces utilizando como motor sus conocimientos o su propia curiosidad.

Actualmente, estamos desarrollando, verificando y poniendo a prueba la parte del software educativo correspondiente a los contenidos temáticos “Interpolación y Aproximación Polinomial y Ajuste de Curvas por Mínimos Cuadrados”, a partir de su uso durante el transcurso del segundo cuatrimestre del ciclo lectivo 2010 (Ascheri et al., 2010 a, b y c).

**Fundamentación**

Nuestro Proyecto de Investigación, acreditado y financiado por la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa, aborda líneas de investigación estrechamente vinculadas con varios de los Proyectos que se desarrollan en el Departamento de Matemática, del cual formamos parte. En este Proyecto, analizamos las herramientas libres para el desarrollo de software educativo, la elaboración de software con estas herramientas y la incidencia de este software en el proceso de enseñanza aprendizaje. De esta forma se vincula con otros proyectos del Departamento relacionados a temas de ingeniería didáctica, inclusión de tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje y la importancia de la visualización gráfica en la enseñanza de la matemática. Por tal motivo, el desarrollo del presente Proyecto demanda una continua interacción con los investigadores de los demás Proyectos de la Institución, actuando en beneficio de sus avances.

Es claro que con el desarrollo de este software educativo pretendemos disponer de un material didáctico que permita facilitar el proceso de enseñanza – aprendizaje de las temáticas involucradas en Cálculo Numérico. Este sistema en línea amigable con el usuario ofrecerá un buen soporte al docente de esta asignatura y de otras vinculadas con los contenidos que aquí se abordan.

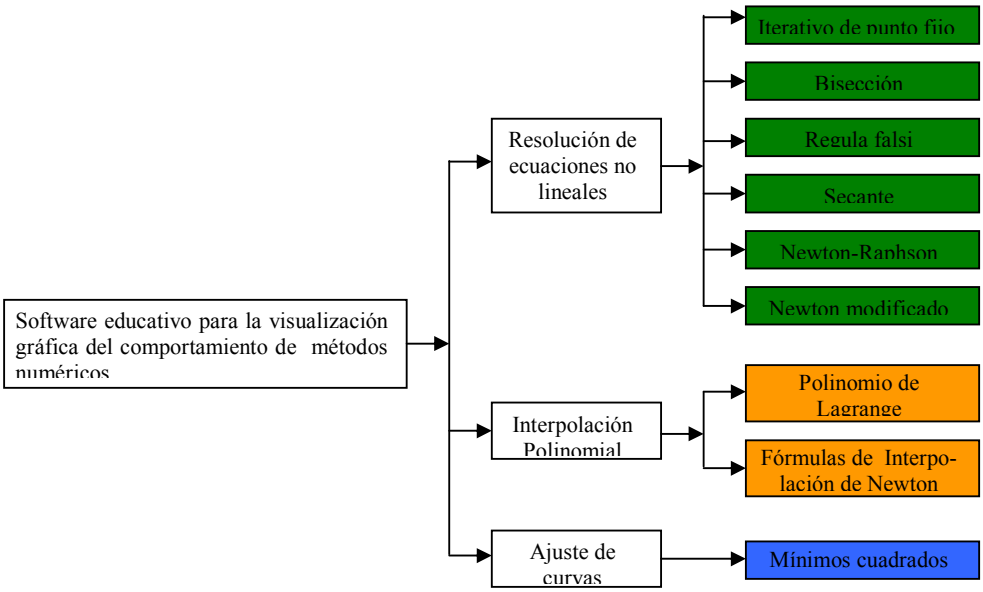
**Desarrollo**

Desarrollamos este Proyecto íntegramente con software libre. Utilizamos PHP, HTML, CSS, la librería JPGraph y GIMP para el diseño y edición de imágenes (en formato PNG). Varios de los algoritmos que implementan los distintos métodos están hechos en Matlab o C++. Estos algoritmos están diseñados para obtener la resolución numérica de los diferentes problemas. Por medio de las actividades de este Proyecto se implementan los algoritmos en PHP y además de la obtención de datos numéricos se programa la implementación gráfica y la visualización del funcionamiento de los métodos. El uso de estas herramientas en la elaboración del software educativo, soluciona el problema de los costos y al mismo tiempo, permite acceder al software sin tener que instalar ningún software adicional. Basta con tener acceso a Internet para poder usarlo.

La evaluación de la aplicación se llevó adelante a través de una *caminata cognitiva*. Es decir, *un grupo de expertos simula la manera en cómo un usuario caminaría por la interfaz al enfrentarse a tareas particulares* (Baeza Yates y Rivera Loaiza, 2002). Para evaluar la usabilidad de la aplicación utilizamos heurísticas adaptadas por Instone (1997 a y b) de un trabajo de Jakob Nielsen. Los aspectos evaluados son:

- Visibilidad del estado del sistema.
- Similitud entre el sistema y el mundo real.
- Control por parte del usuario y libertad.
- Consistencia y cumplimiento de estándares.
- Prevención de errores.
- Preferencia al reconocimiento frente a la memorización.
- Flexibilidad y eficiencia de uso.
- Estética y diseño minimalista.
- Ayuda para que el usuario reconozca, diagnostique y se recupere de los errores.

Las heurísticas nos permitieron rediseñar la aplicación y obtener un nuevo prototipo, el cual fue presentado en el año 2010 a los alumnos de Cálculo Numérico. Luego del análisis y hechas las modificaciones necesarias, llegamos a la versión actual del software en el cual se incluyen los siguientes contenidos:



Hemos programado y experimentado en los cursos de Cálculo Numérico desarrollados en los años 2008, 2009, los cuadros que aparecen en color verde. Actualmente, programamos e implementamos en dicha materia, los cuadros de color naranja. Para el próximo año, programaremos e implementaremos el cuadro de color azul.

**Qué nos ofrece el software**

El sitio del software de elaboración propia, se encuentra en http://online2.exactas.unlpam.edu.ar/numerico/.

Con las próximas figuras trataremos de hacer una rápida síntesis de los resultados que ofrece el software al ingresar a las distintas opciones. Así, en la Figura 3, vemos el primer menú que nos aparecerá al iniciar la navegación por el sitio:

Figura 3

Ingresando a la opción **"Cálculo de raíces"** aparece la ventana que nos permitirá elegir alguno de los seis métodos que implementamos para la resolución de ecuaciones no lineales (Figura 4):

Figura 4

Al seleccionar, por ejemplo, el método **"Iterativo de punto fijo"** aparecerá la una nueva ventana, como se muestra en la Figura 5, en la cual se ingresan los datos necesarios para poder implementarlo.

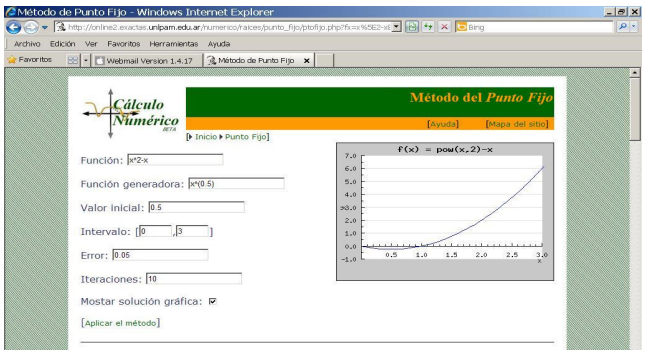



Figura 5

Al seleccionar la opción "**Aplicar el método"**, se obtienen sucesivas imágenes en las cuales se representa la gráfica de la función y las correspondientes aproximaciones a la raíz que se está buscando, obteniendo en este caso el siguiente gráfico (Figura 6):

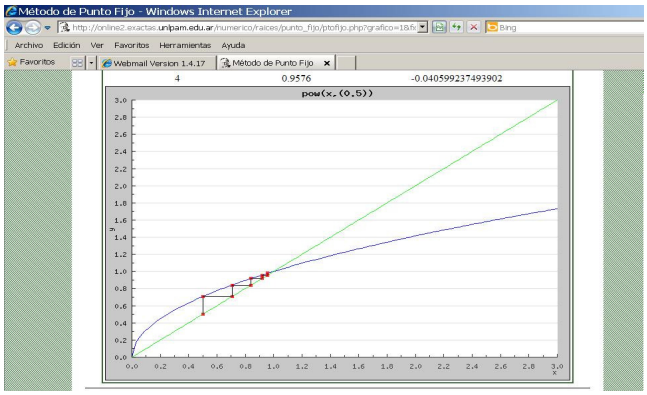



Figura 6

Finalmente, se mostrarán los datos numéricos relacionados con la resolución del problema propuesto, como se muestra en la Figura 7:

Figura 7

Si elegimos algunos de los otros métodos, el software responde de manera similar de acuerdo al problema a resolver.

Ahora bien, si en la Figura 3 seleccionamos la opción "**Interpolación**", aparecerá una nueva ventana que nos permitirá elegir uno de los métodos de interpolación incluidos en el software. Al elegir el método de "**Lagrange**", obtendremos la pantalla (Figura 8):

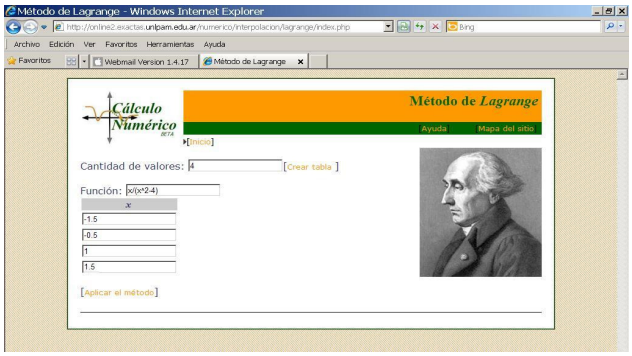



Figura 8

Podremos elegir la opción de interpolar aplicando la fórmula de Lagrange, conociendo o no la función. De esta forma, si seleccionamos la opción en la cual conocemos la función e ingresamos la misma, los valores en la cual la queremos calcular y el valor a interpolar, obtendremos los resultados que se ven en las Figuras 9 y 10:

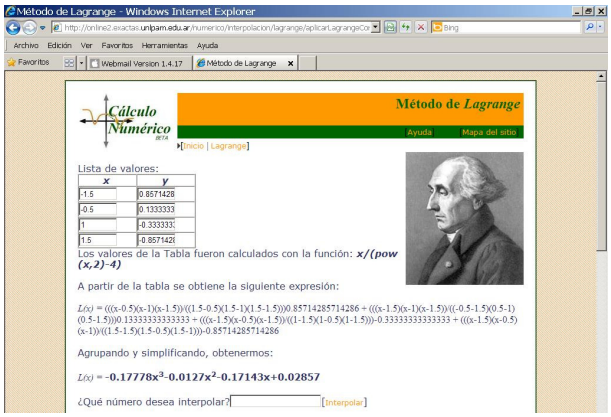



Figura 9

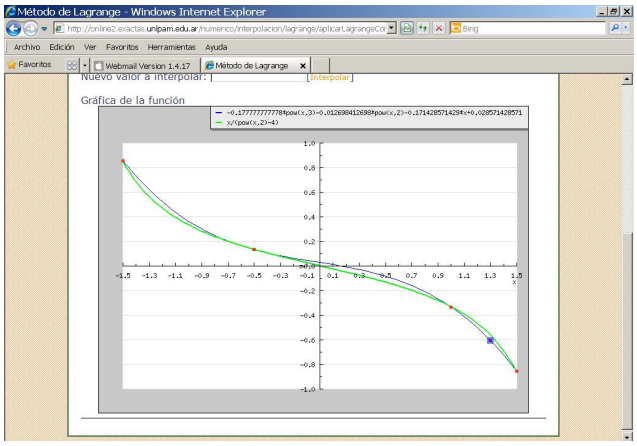



Figura 10

En la Figura 9, vemos los resultados numéricos que arroja el software, incluyendo el polinomio de interpolación obtenido. En la Figura 10, podemos observar la representación gráfica de la función conocida, del polinomio obtenido y del resultado del valor interpolado.

**Para qué y cómo utilizamos el software**

Las actividades desarrolladas en Cálculo Numérico requieren de la realización de muchos cálculos. Se estudian diferentes métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas a problemas que analíticamente no pueden resolverse o que resulta muy complejo poder hacerlo. Previo a la implementación del software educativo, durante el cursado de esta materia, los alumnos estudiaban los distintos métodos numéricos aplicando las diferentes fórmulas y elaboraban programas sencillos que resolvían numéricamente los problemas planteados. En todos los casos, advertimos, desde la cátedra, que la búsqueda de la solución esperada hacía que se perdiera de vista el funcionamiento de los métodos, su interpretación gráfica, las condiciones para su aplicación, el error cometido, etc. Esto nos motivó a que nos planteáramos diseñar un software educativo acorde a las necesidades y objetivos propuestos para el desarrollo de la materia Cálculo Numérico. Por ello, con la incorporación en la materia del software educativo que presentamos, esperamos lograr un mayor estudio de los aspectos gráficos de los diferentes métodos analizados.

Como vimos en las figuras anteriores, para aplicar los métodos numéricos es necesario considerar, entre otros, los siguientes requerimientos:

- la función a analizar,
- el valor del error con el que queremos obtener los resultados,
- la cantidad de iteraciones máximas,
- el intervalo de análisis,
- valores iniciales,
- expresiones de las derivadas.

Una vez que el usuario determine todos los datos iniciales, deberá aplicar el método. En esa instancia, verá si la respuesta obtenida es adecuada o no, de acuerdo al problema a resolver. Ahora bien, para realizar todas las acciones anteriores el usuario deberá hacer un minucioso análisis del problema a resolver y de las condiciones del método que se aplicará. Pretendemos con ello, que el alumno realice una revisión de los conceptos teóricos para confirmar por qué un método está funcionando o no, o cuál de los métodos resulta más adecuado para resolver el problema en cuestión. Por otro lado, tanto los resultados como los procedimientos intermedios para obtenerlos se representan gráficamente. Esto le permite al alumno, además de verificar los resultados finales, analizar gráficamente cómo se obtienen los mismos.

Este software es utilizado en las clases teóricas y prácticas. En estas últimas, se resuelven ejercicios de los trabajos prácticos y de las evaluaciones parciales, mientras que para el desarrollo de la teoría, se usa como herramienta pedagógica colaborativa para la interpretación geométrica de los métodos numéricos estudiados, para el planteo y desarrollo de nuevos ejemplos, entre otros.

**Resultados obtenidos**

Transitando el tercer año en el que utilizamos el software durante el curso de Cálculo Numérico, hemos obtenido información sobre el impacto del mismo en el desarrollo de las clases. Para tal fin, realizamos encuestas y registramos observaciones de clases, además de considerar las variaciones en los resultados obtenidos en las evaluaciones parciales.

Del análisis de las encuestas realizadas, podemos afirmar que los alumnos, en su gran mayoría, señalan:

- es muy positivo la inclusión del software en el desarrollo de las clases,
- el software me facilitó la comprensión de los diferentes métodos vistos,
- me resultó fácil comprender su funcionamiento,
- es muy importante poder acceder al mismo por medio de Internet, porque no tengo que instalar software adicional en mi computadora y además, lo puedo usar fuera de los horarios de cursado.

Como podemos observar, las respuestas a las encuestas fueran muy positivas. Sin embargo, de las observaciones de las clases podemos señalar los siguientes aspectos:

- varios alumnos afirman "…esto de las computadoras no es para mí…", al momento de tener que utilizarlas en sus actividades,
- la mayoría de los alumnos siguen utilizando la calculadora por sobre la computadora para la realización de cálculos,
- ante la posibilidad de realizar reiterados intentos con diferentes valores en el software, existe una tendencia a quedarse con el primer resultado obtenido, lo que dificulta la extracción de conclusiones.

Por lo que expresan los alumnos en las diferentes instancias, podemos ver que si bien conocen y acuerdan con la incorporación de TIC en sus actividades de estudio, reconocen ciertas dificultades en el uso de las computadoras, en la mayoría de los casos, por no tener experiencias previas. Sólo la han utilizado en la realización de actividades complementarias u optativas. Esto coloca a las computadoras en un rol secundario y no como una herramienta de apoyo para construir sus aprendizajes.

Como integrantes de la cátedra de Cálculo Numérico y del grupo de investigación, podemos afirmar que trabajar en este software nos ha permitido incorporar herramientas de programación y contar en la actualidad con nuevas herramientas didácticas para el desarrollo de los contenidos temáticos.

## Conclusiones

Del uso del software, podemos concluir que si bien ha sido positiva su implementación en el desarrollo de Cálculo Numérico, aún la utilización de las computadoras no es considerada por los alumnos como un proceso natural; siguen priorizando el uso de lápiz, papel y calculadora. Dado que esta materia se cursa en tercer año del Profesorado en Matemática, los alumnos han transcurrido al menos 15 años en un sistema educativo en el cual, en sus actividades, mantienen tareas netamente tradicionales. Muchos de nuestros alumnos son futuros Profesores de Matemática de Nivel Medio y encargados de incorporar nuevas formas de enseñar y aprender, por lo cual sus experiencias con la inclusión de tecnologías en sus clases (como alumnos) deberían ser más frecuentes, pudiendo de esta forma aceptar y mejorar su manejo de la computadora y de diferentes software. Es claro que también debería ocurrir lo mismo con los futuros Licenciados en Física e Ingenieros. Actualmente, con políticas diseñadas por el Gobierno Nacional, se está priorizando la inclusión de TIC (Programa Conectar Igualdad, 2010). Esto, sin duda, demandará que los nuevos profesionales estén ampliamente capacitados para poder utilizarlas. Con la concreción de experiencias como la del presente trabajo, tratamos de aportar a este objetivo.

Continuar con la elaboración del software educativo ampliando los contenidos a desarrollar, incorporándolo a otras asignaturas y analizando la metodología de trabajo, son seguramente líneas de trabajo que nos permitirán aproximarnos al logro de los cambios en Educación que se pretenden conseguir. Además, creemos de gran importancia continuar investigando cuál es el impacto del uso del software en el rendimiento académico de los alumnos, por lo que incluimos también este tema entre las futuras líneas de investigación.

## Bibliografía


Ascheri M. E., Pizarro R., Astudillo G., García P. y Culla M. E. (2007). *Relevamiento de software en línea para la enseñanza-aprendizaje de métodos numéricos. Herramientas para su desarrollo*. Memorias del V CEMAC, pp. 20-24. Cartago. Costa Rica. Disponible en http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/

Ascheri M. E., Pizarro R. A., García P., Astudillo G. J., Culla M. E. (2008 a). *Desarrollo de un Software Educativo para la Visualización Gráfica del Comportamiento de Algunos Métodos Numéricos*. Anales del X Workshop de Investigaciones en Ciencias de la Computación, pp. 790-794. La Pampa. Argentina.

Ascheri M. E., Pizarro R., García P., Astudillo G. y Culla M. E. (2008 b). *Un software educativo con herramientas libres y acceso Web para temas de cálculo numérico: primer prototipo*. II REPEM – Memorias, pp. 223-230. La Pampa. Argentina.

Ascheri M. E., Pizarro R. Astudillo G., García P. y Culla M. E. (2008 c). *Métodos de resolución de ecuaciones no lineales con software elaborado con herramientas libres y acceso Web*. Memorias de la 5ª Jornada de Informática y Educación, pp. 1-11. Córdoba. Argentina. Disponible en http://jornadaie.unvm.edu.ar/

Ascheri M. E. Astudillo G., García P., Pizarro R. y Culla M. E. (2009). *Análisis de un software educativo para Cálculo Numérico*. Memorias del VI CIEMAC, pp. 148-158. Cartago. Costa Rica. Disponible en http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/

Ascheri M. E., Astudillo G., García P., Pizarro R. y Culla M. E. (2010 a). *Elaboración de un software educativo usando herramientas gratuitas. Primeras evaluaciones*. Memorias del V TE&ET, pp. 1-8. Santa Cruz. Argentina: RedUNCI.

Ascheri M. E., Pizarro R., Astudillo G., García P. y Culla M. E. (2010 b). *Resolución de ecuaciones no lineales e interpolación numérica usando software educativo elaborado con herramientas gratuitas*. III REPEM – Memorias, pp. 476-483. La Pampa. Argentina.

Ascheri M. E., Pizarro R., Astudillo G., García P. y Culla, M. E. (2010 c). Diseño y elaboración de un software educativo para temas de Cálculo Numérico. Memorias de Edutec 2010, pp. 1-10, 2010Bilbao. España.

Baeza Yates, R. y Rivera Loaiza C. (2002). *Ubicuidad y Usabilidad en la Web*. Recuperado el 5 de enero de 2009, de http://www.dcc.uchile.cl/~rbaeza/inf/usabilidad.html

Burbules N. y Callister T. (2001). Riesgos y promesas de las Nuevas Tecnologías de la Información. Educación. Capítulo 3: "Hipertexto: El conocimiento en la encrucijada". Buenos Aires: GRANICA.

Culebro Juárez M., Gómez Herrera W. y Torres Sánchez S. (2006). *Software libre vs software propietario. Ventajas y desventajas*. México: (CC) Creative Commons. Recuperado el 16 de marzo de 2009, de http://www.softwarelibre.cl/drupal//files/32693.pdf.

Díaz-Antón G., Grimán A., Pérez M. y Mendoza L. (2002). Instrumento de evaluación de software educativo bajo un enfoque sistémico. Recuperado el 14 de Febrero de 2009, de http://www.academia-interactiva.com/evaluacion.pdf.

Instone K. (1997 a). *Site Usability Evaluation – Part. 1*. Recuperado el 14 de febrero de 2009, de http://instone.org/siteeval.

Instone K. (1997 b). *Site Usability Heuristics for the Web – Part. 2*. Recuperado el 14 de febrero de 2009, de http://instone.org/siteeval.

Litwin E. (2001). *Las nuevas tecnologías y las prácticas de la enseñanza en la Universidad*. Recuperado el 28 de Enero de 2009 en http://www.litwin.com.ar/site/Articulos2.asp

Culebro Juárez M., Gómez Herrera W. y Torres Sánchez S. (2006). *Software libre vs software propietario. Ventajas y desventajas*. México: (CC) Creative Commons. Recuperado el 16 de marzo de 2009, de http://www.softwarelibre.cl/drupal//files/32693.pdf.

Marqués P. (1996). *El software educativo*. Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado el 10 de enero de 2009, de http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software

Prieto Castillo, D. (1999). *La comunicación en la educación* (Capítulo 6: Comunicación con los medios y materiales). Buenos Aires: Ciccus, La Crujía.

Programa Conectar Igualdad. (2010). Administración Nacional de la Seguridad Social. Argentina. Recuperado el 28 de marzo de 2010, de http://conectarigualdad.gob.ar/

Wikipedia, La enciclopedia libre. (2009). Usabilidad. Recuperado el 28 de marzo de 2009, de http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Usabilidad&oldid=23617834