EL ÁLGEBRA LINEAL PARA INGENIEROS, UNA PROPUESTA FACILITADORA.

Ana María Vozzi, Laura L. Cornaglia, Mabel Medina.
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Argentina.
amvozzi@fceia.unr.edu.ar; mmedina@fceia.unr.edu.ar; cornagli@fceia.unr.edu.ar.
Experiencias de cátedra
Palabras Claves: Ejercitación algebraica; alternativas de resolución; software libre.

Resumen:

En las carreras de Ingeniería, la Matemática además de disciplina formativa primordial, es la herramienta general. En los últimos años se han desarrollado las llamadas herramientas CAS (Computer Algebraic System); utilizadas como calculadoras numéricas, simbólicas y gráficas que no requieren conocimientos específicos de programación, entre ellas se ubica el software Scilab. Con la finalidad de facilitar la comprensión de los temas teóricos y su cálculo numérico desarrollados durante el dictado de la asignatura Álgebra y Geometría II, de Escuela de Formación Básica, para las carreras de Ingeniería en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (UNR), este trabajo propone la resolución de ejercicios algebraicos utilizando el software libre de cálculo científico Scilab.

Introducción.

En el nivel universitario se requiere un aprendizaje eficiente en tiempo y esfuerzo. En el área de la Matemática la tendencia es dedicar el tiempo que se emplea en cálculos rutinarios y operatoria estéril en sí misma, a la formación de conceptos y aplicación del conocimiento. En las carreras de Ingeniería, la Matemática además de disciplina formativa primordial, es la herramienta general. La computadora permite la inmediata verificación numérica de una propiedad, la representación gráfica en dos y tres dimensiones, la utilización de resultados teóricos a problemas concretos en situaciones reales y ayuda a una exploración inductiva del conocimiento por la inmediatez de la respuesta del procesador. Esto, puede ser utilizado para educar en los conceptos de la matemática y enseñar que, para la parte operativa, es la computadora la que da la solución siempre que el que la use sepa lo que quiere y entienda lo que ella le ofrece como resultado.

En particular, en la enseñanza del Álgebra Lineal para las carreras de Ingeniería, se observan en los alumnos dificultades para aprehender los conceptos abstractos que además aún no pueden vincular con las aplicaciones. Conceptos tales como dependencia e independencia lineal, cambio de base, transformaciones lineales, autovectores, autovalores, etc., son trabajados actualmente en las clases teóricas y prácticas en forma tradicional.

En los últimos años se han desarrollado las llamadas herramientas CAS (Computer Algebraic System); como poderosas calculadoras numéricas, simbólicas y gráficas que no requieren conocimientos específicos de programación. Las nuevas herramientas ayudan y estimulan a 'hacer', 'enseñar' y 'aprender' Matemática. Utilizan una sintaxis lógica, son abiertas a la creación de nuevas funciones y realizan la manipulación de símbolos y expresiones. En este trabajo se propone utilizar las capacidades de estas herramientas en el tratamiento de los temas del Álgebra Lineal, correspondientes al programa de la asignatura Álgebra y Geometría II de las carreras de Ingenierías de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. De esta manera se recomienda llevar al aula la resolución de ciertos ejercicios tradicionales mediante la aplicación del software libre Scilab para así implementar diferentes formas de resolución, ahorrando el tiempo empleado en cálculos rutinarios, y dedicar más tiempo de clase para discutir sobre los conceptos matemáticos.

Fundamentación.

Existen dos tipos de software de cálculo científico: los programas de cálculo simbólico que 'hacen matemática' y los programas de cálculo numérico, que son principalmente concebidos para las aplicaciones matemáticas. En la primera categoría se encuentran, entre otros, Maple, Mathematica, MuPad. Estos softwares son utilizados desde hace varios años en las clases de matemática básica de las universidades. En la segunda categoría de programas de cálculo numérico, donde el mercado es más amplio, se encuentran los programas comerciales Matlab y Xmath. Aquí se inserta Scilab, con la diferencia que es un software libre (al igual que Octave y FreeMath), distribuido con su código fuente. Scilab ha sido desarrollado principalmente por investigadores del INRIA (Instituto Nacional de Investigación en Informática y Automática de Francia) y de la ENPC (Escuela Nacional de Puentes y Calzadas, Francia) con numerosas contribuciones exteriores, a menudo bajo la forma de toolboxs. Scilab es ahora mantenido por un consorcio en el que participan financieramente una veintena de grandes sociedades (ver la página www.scilab.org). Scilab es un paquete de software científico para computación numérica que provee un entorno de trabajo computacional abierto y potente para aplicaciones científicas y de Ingeniería (Chancellier et al, 2007).

Las universidades necesitan clarificar una posición sobre los softwares, ya que se crea un dilema ético en la utilización de softwares propietarios sin la adquisición de la correspondiente licencia. Hoy en día, la tecnología que acompaña la producción y adquisición de conocimientos, no cumpliría con la transmisión de valores sociales básicos, cosa que sí ocurriría si se utilizaran softwares libres, ya que de esta manera se tendría una construcción ética de la sociedad del conocimiento.

Este trabajo pretende dar cuentas de la utilización práctica del software Scilab para los estudiantes del Ciclo Básico de Ingeniería, en la asignatura Algebra y Geometría II. En ésta se desarrollan conceptos como

dependencia e independencia lineal entre vectores de R^n, el cálculo de determinantes, autovalores y autovectores, matriz de transformaciones, etc.; utilizando en la resolución el Método de Gauss-Jordan. Se han seleccionado determinados ejercicios prácticos tradicionales para que los alumnos obtengan los resultados numéricos, cuyo proceso de resolución fue mostrado en la clase teórica. Estos resultados se lograrán mediante la utilización del software Scilab como herramienta de trabajo que posiblemente servirá para sus aplicaciones posteriores en el ciclo profesional.

Desarrollo.

Se eligieron cuatro ejercicios para su resolución numérica, dos de ellos extraídos de la Guía Práctica propuesta por la cátedra, basada en la ejercitación de Nakos y Joyner, 1999, y los restantes de exámenes de la materia. A modo de ejemplo se muestra sólo uno de ellos.

Ejercicio: Sea W un espacio vectorial de dimensión igual a 3 y sea $B=\{\vec{a}_1;\vec{a}_2;\vec{a}_3\}$ una base de W, considerando los vectores:

$$\begin{cases} \vec{b}_1 = -5\cdot\vec{a}_1 - 6\cdot\vec{a}_2 + 5\cdot\vec{a}_3 \\ \vec{b}_2 = \vec{a}_1 - 2\cdot\vec{a}_2 - 3\cdot\vec{a}_3 \\ \vec{b}_3 = -2\cdot\vec{a}_1 - 4\cdot\vec{a}_2 - 4\cdot\vec{a}_3 \\ \vec{b}_4 = -4\cdot\vec{a}_1 + 2\cdot\vec{a}_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{u}_1 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 \\ \vec{u}_2 = \vec{a}_2 + \vec{a}_3 \\ \vec{u}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_3 \end{cases}$$

Se desea conocer: (a) La nulidad y el rango de la matriz: $C=\left[\left[\vec{b}_1\right]_B,\left[\vec{b}_2\right]_B,\left[\vec{b}_3\right]_B,\left[\vec{b}_4\right]_B\right]$; (b) Si el conjunto $B'=\{\vec{u}_1;\vec{u}_2;\vec{u}_3\}$ es una base de W, y en caso afirmativo $\left[\vec{b}_4\right]_{B'}$.

A continuación se muestra los pasos seguidos para la resolución del ejercicio con Scilab, observándose la versatilidad y simplicidad en el ingreso de datos y la obtención del resultado.

Paso 1: Conformación de la matriz C: vectores de coordenadas. El ingreso de los componentes puede realizarse de dos maneras:

i. Conformando cada uno de los vectores coordenados (coeficientes de la combinación lineal): $\left[\vec{b}_i\right]_B; i=1\ a\ 4$, para luego conformar la matriz a partir de ellos.
ii. Obviar la conformación de los vectores para ingresar directamente la matriz a partir de los coeficientes de la combinación lineal.

Paso 2: Obtención de la nulidad y rango de la matriz C:

i. Mediante su forma escalonada y/o escalonada reducida, se evalúa su rango de acuerdo a la cantidad de elementos pivote y su nulidad a partir de la cantidad de variables libres del sistema reducido.
ii. La otra alternativa, es en forma directa aplicando las sentencias que el software proporciona para ello, como se muestra en la Tabla 1.

SCILAB
-->b1=[-5;-6;5],b2=[1;-2;-3],b3=[-2;-4;-4],b4=[-4;0;2] b1 = - 5. - 6. 5. b2 = 1. - 2. - 3. b3 = - 2. - 4. - 4. b4 = - 4. 0. 2. -->C=[b1,b2,b3,b4] C = - 5. 1. - 2. - 4. - 6. - 2. - 4. 0. 5. - 3. - 4. 2.
-->C=[-5,1,-2,-4;-6,-2,-4,0;5,-3,-4,2] C = - 5. 1. - 2. - 4. - 6. - 2. - 4. 0. 5. - 3. - 4. 2. O bien: -->C=[-5 1 -2 -4;-6 -2 -4 0;5 -3 -4 2];

```
-->clean(rref(C))
 ans  =    1.    0.    0.    0.
           0.    1.    0.  - 2.
           0.    0.    1.    1.
(1)
```

```
(b) -->NulC=clean(kernel(C))
 NulC  =     0.
            0.8164966
           - 0.4082483
            0.4082483
-->norm(NulC)
 ans  =     1.
(2)
Verificación:
-->clean(C*NulC)
 ans  =    0.
           0.
           0.
-->rank(C)= 3
```

Tabla 1: Solución computacional de la consigna (a) del ejercicio.

OPERACIÓN EFECTUADA SOBRE UNA MATRIZ	COMANDOS DE SCILAB
Forma escalonada.	---
Forma escalonada reducida.	rref
Espacio nulo.	kernel
Rango de una matriz.	rank
Determinante.	det
Inversa.	inv
Autovalores.	spec
Autovectores.	---

Tabla 2: Comandos utilizados en la solución del ejercicio

Observación: La forma escalonada reducida de la matriz C nos conduce al siguiente sistema:

$$\begin{aligned} x \qquad\qquad &= 0 \\ y \quad -2w &= 0 \\ z + w &= 0 \end{aligned}$$

La solución general para el espacio nulo de C, $\mathcal{V}(C)$, y su base resultan:

$$\mathcal{V}(C) = \{(0,2r,-r,r);\, r \in \Re\} = Gen\{(0,2,-1,1)\}$$

Es decir, la nulidad de $C = 1$.

Con relación al rango, la cantidad de pivotes es igual a 3, por lo tanto, el rango de $C = 3$.

Reflexiones.

Este trabajo se realizó durante el segundo semestre del 2009, en el marco de una adscripción a la Cátedra de Álgebra y Geometría II de la FCEIA que cuenta con siete cursos de aproximadamente noventa alumnos cada curso. La actividad se realizó en un solo curso del turno mañana.

Es importante destacar algunos aspectos que dificultan al estudiante el buen desempeño en esta asignatura pues:

- Dado que la asignatura se dicta en el 2do semestre del 1er año de cursado, los alumnos, en su mayoría, carecen aún de un pensamiento abstracto que les facilite la comprensión de determinados conceptos más complejos del Álgebra.
- El tiempo de dictado de la asignatura (dieciséis semanas) es insuficiente para lograr el desarrollo del proceso de pensamiento evolutivo por parte de los estudiantes.
- La carga horaria es de cinco horas semanales en clases teórico-prácticas imposibilitando el desarrollo de todas las temáticas involucradas. Además en el horario de clase se deben realizar dos evaluaciones parciales escritas.
- Los docentes se ven exigidos de reforzar temas sencillos que podrían ser resueltos con un software, (como por ejemplo el método de reducción por renglones). De esta forma se tiene menos recursos de tiempo para plasmar las respuestas útiles que este método proporciona en los temas como cambio de base, autovalores, etc.

Por todos estos motivos, es que se desarrolló esta propuesta como actividad alternativa. La misma conlleva a que los alumnos puedan, sin grandes inversiones de tiempo, arribar a resultados numéricos que le ayuden al entendimiento de determinados de los temas abstractos. Como ejemplo se puede observar el cambio de base que se trató en el ejercicio expuesto.

Debido a la falta de tiempo ya enunciada, esta actividad alternativa no ha podido ser llevada a cabo. Es la intención de los docentes de la cátedra implementarlo en el próximo cursado.

Se destaca que el software Scilab puede ser utilizado con la simplicidad de una calculadora científica. Con la accesibilidad de las netbooks, ya común entre los alumnos, se verá facilitada la actividad en el salón de clase sin necesidad de ir al laboratorio. Además la Facultad posibilita el acceso a Internet en todos sus lugares físicos y así los estudiantes pueden acceder al software sin inconveniente alguno.

Referencias Bibliográficas

- Nakos, G., Joyner, D. (1999). *Álgebra Lineal con Aplicaciones.* Internacional Thomson Editores. 666 pág.
- Chancelier, J-P, Delebecque, F., Gomez, C, Goursat, M, Nikoukhah, R (2007). *Introduction à Scilab*, 2º Ed., Springer-Verlag France.