CAMBIO CONCEPTUAL Y TRABAJO COOPERATIVO EN UNA MATERIA BÁSICA DE INGENIERÍA

Lic. Silvia del Puerto Lic. Silvia Seminara
Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Buenos Aires: Proyecto MEMFI[1]. República Argentina.
spuerto@fibertel.com.ar sseminara@sinectis.com.ar
Investigación Educativa
Palabras claves: conocimientos previos; cambio conceptual; trabajo cooperativo; evaluación.

RESUMEN
Los conocimientos previos que poseen los alumnos influyen en la adquisición de los nuevos conocimientos, y a menudo dan origen a *conflictos cognitivos.* La resolución adecuada de estos conflictos determina la *reorganización* de los saberes en la mente del alumno, proceso que se denomina *cambio conceptual*, mientras que la coexistencia de esquemas mentales incompatibles explicaría los errores que más frecuentemente cometen los estudiantes.
En el presente trabajo, describimos una experiencia realizada con alumnos de primer año de la Universidad Tecnológica Nacional, en la asignatura Álgebra y Geometría Analítica, en la que se evidencia que el trabajo cooperativo favorece el proceso hacia el cambio conceptual.

INTRODUCCIÓN

Algebra y Geometría Analítica es una asignatura que provee de herramientas algebraicas y geométricas básicas al futuro ingeniero, y contribuye a desarrollar su pensamiento abstracto y su capacidad para la resolución de problemas. Dada su importancia en la formación del ingeniero y conociendo las dificultades con que se enfrentan los alumnos durante su aprendizaje, desde el año 2004 trabajamos en la detección y análisis de los errores que con más frecuencia cometen en esta asignatura los estudiantes de Ingeniería de la UTN FRBA (del Puerto, Minnard y Seminara, 2007), a fin de poder sugerir mejoras a tener en cuenta en el dictado de la misma.

La naturaleza de algunos de esos errores, a los que podemos describir, en forma genérica, como "*intentos de extender propiedades, válidas en ciertos contextos, a otros contextos en los cuales dejan de ser válidas*", así como la llamativa persistencia de los mismos, orientaron nuestro trabajo hacia tratar de conocer las causas que les daban origen, así como la razón de esa resistencia al cambio que los volvía recurrentes. Con esa intención dirigimos nuestra atención hacia la teoría del *cambio conceptual*.

En este trabajo nos ocupamos de los errores cometidos por los alumnos al pretender extrapolar, incorrectamente, propiedades de las rectas en el plano a las rectas en el espacio. Describimos, en primer lugar, una experiencia mediante la que confirmamos la presencia de concepciones previas inadecuadas y la aparición de los llamados *modelos sintéticos*, y, a continuación, presentamos un trabajo realizado en base a la actividad cooperativa de los alumnos, mediante la que pretendimos ayudar a subsanar estas falencias en el aprendizaje de los conceptos involucrados.

MARCO TEÓRICO

El alumno no es una "página en blanco": los conocimientos adquiridos con anterioridad, y las ideas intuitivas que pudiera poseer, influyen en los aprendizajes y es imprescindible tenerlos en cuenta, tanto porque los aprendizajes significativos se producen subordinando las nuevas ideas a las ya existentes (Ausubel, 1976) como por el hecho de que algunos conocimientos previos pueden constituirse en verdaderos *obstáculos epistemológicos* para la adquisición de nuevos conceptos (Bachelard, 1988).

En los años '70 algunos autores comenzaron a ocuparse de los llamados *preconceptos*, *concepciones erróneas* (*misconceptions*) o *concepciones alternativas* con que los estudiantes abordan el aprendizaje de las ciencias (Viennot, 1976; Novak, 1979; Driver y Easley, 1978), y a comienzos de los años 80, un grupo de investigadores en educación de la Universidad de Cornell (Posner et al., 1982) realizaron los primeros desarrollos de la llamada *Teoría del cambio conceptual*, emparentada tanto con las ideas piagetianas de *desequilibrio* y *acomodación*, como con la teoría de Khun de las *revoluciones científicas.*

Piaget explicó cómo una cierta *inadecuación* entre estímulo y respuesta produce un *desequilibrio* en la mente del niño, que da lugar a una *acomodación* de la conducta y una *asimilación* de la nueva conducta a la estructura mental preexistente, para *recuperar el equilibrio*, produciéndose así la *adaptación cognitiva*, que permanecerá estable *hasta que un nuevo desequilibrio se produzca*.

Por su parte, Kuhn explicó de manera similar el mecanismo de la evolución de la ciencia: un *paradigma científico imperante* entra en *estado de crisis*, en determinado momento histórico, si es incapaz de explicar o dar solución a un problema particular identificado por la comunidad científica; es entonces cuando el paradigma es

---

[11] MEMFI: "Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática para la Formación del Ingeniero", Proyecto de Investigación y Desarrollo de la Secretaría de Ciencia y Tecnología, Rectorado UTN (Cód. 25/C114 – UTI901)

reemplazado por otro modelo alternativo, que promete proveer la explicación buscada, produciéndose la "*revolución*" que consiste en adoptar un nuevo marco de pensamiento que se mantendrá vigente hasta que se produzca una nueva "*revolución*", en un proceso cíclico.

La manera en que un alumno adquiere nuevos conocimientos tiene similitudes con ambos procesos. Quien aprende cuenta con un bagaje de origen diverso: tiene ciertos conocimientos intuitivos, que provienen de su experiencia cotidiana y conforman una teoría *ingenua* de la realidad, y cuenta también con sus aprendizajes académicos previos.

Si estos conocimientos anteriores resultaran coherentes con los nuevos contenidos a los que tiene acceso en su experiencia educativa, no se producirá conflicto alguno, la nueva información simplemente se agregará a la anterior, el alumno conservará su marco teórico previo y continuará aplicándolo sin modificación a la nueva situación. Aquí se produce un aprendizaje "aditivo" y el esquema mental previo simplemente es completado.

Pero en numerosas ocasiones la nueva información resulta de algún modo incompatible con la preexistente y se produce, entonces, un *conflicto cognitivo*. Si el mismo se resuelve de manera adecuada, se producirá una *reorganización de los conocimientos* en la mente del alumno, dando lugar a lo que se denomina un *cambio conceptual* (Vosniadou y Vambakoussi, 2006). Muchas veces, aunque se plantee el conflicto, el cambio conceptual no se produce o se produce en forma parcial, y aparecen *modelos sintéticos* intermedios, en el esfuerzo de los estudiantes por adaptar la nueva información a su marco preexistente, a pesar de la presencia de incompatibilidades o incoherencias (Biza, Souyoul y Zachariades, 2005). Aquellos aprendizajes que exigen de un cambio conceptual no pueden lograrse por mecanismos aditivos, y es justamente una de las principales causas de la formación de concepciones erróneas el empleo de mecanismos aditivos en estas situaciones (Vosniadou y Verschaffel, 2004).

El trabajo de los investigadores sobre ideas previas y cambio conceptual no es tan amplio en el área de la matemática como en el ámbito de las ciencias naturales (física, química, biología) en las que resulta muy frecuente que los niños y adolescentes posean explicaciones previas *no científicas* o *ingenuas* de algunos fenómenos naturales, que luego conspiran contra el aprendizaje significativo de la verdad científicamente aceptada.

En matemáticas el conocimiento ingenuo no es tan evidente como en otras áreas de la ciencia, pero son numerosos los ejemplos de choque entre conocimientos adquiridos con anterioridad y nuevos conceptos, y varios investigadores sostienen que ese conflicto entre ideas previas y nuevos conocimientos consigue interpretar y explicar algunas de las dificultades que encuentran los alumnos en el aprendizaje de la matemática. (Tirosh y Tsamir, 2004).

A la pregunta clave de "*¿cómo se produce el cambio conceptual?*", necesario para hacer efectivo un aprendizaje complejo, Carretero y Limón (1997), que pasan revista a numerosos trabajos al respecto, señalan que la presentación de datos contradictorios o anómalos que provoquen conflicto cognitivo puede contribuir a este proceso de cambio, pero no resulta una condición suficiente.

Nussbaum y Novick (1992; citados por Davis, 2001) esquematizan en cuatro fases la posible estrategia docente que propicie el cambio conceptual: *poner en evidencia* las ideas previas de los alumnos, *discutir y evaluar* esas ideas, *crear conflicto conceptual* con las mismas y *alentar y guiar* la reestructuración conceptual, y Davis misma agrega:

> *Un ambiente de aprendizaje cooperativo es necesario para una instrucción favorable al cambio conceptual. Debe haber oportunidades para la discusión. Los estudiantes deben sentirse seguros de compartir sus puntos de vista, al tiempo que tienen en cuenta y evalúan otras perspectivas. … El "factor seguridad" es particularmente importante cuando la enseñanza emplea la estrategia del conflicto cognitivo. … Un estudio (Dreyfus, Jungwirth y Eliovitch, 1990) revela que los estudiantes con escasos logros experimentan una pérdida de confianza en sí mismos, y ven el conflicto como un nuevo fracaso.*

Y señala más adelante que los estudiantes acostumbrados al estilo de enseñanza basado la trasmisión pueden mostrarse menos motivados a participar en actividades de discusión y debate (Scott, Asoko y Driver, 1991), por lo que es necesario que el docente sea proclive a manejar grupos en clase y asumir el rol de facilitador (Davis, 2001).

DESCPRIPCIÓN DE LAS EXPERIENCIAS

Los alumnos que ingresan en la Universidad Tecnológica Nacional poseen un conocimiento previo en el área de la matemática que es, en su mayor parte, de tipo algorítmico: operan, resuelven, manipulan, utilizan reglas, pero en general sus justificaciones son pobres. En cuanto a lo geométrico, sus conocimientos se circunscriben a las nociones de la geometría plana y a la manipulación más o menos mecánica de ecuaciones de rectas y curvas elementales, y muy raras veces relacionan los conocimientos geométricos que poseen con la realidad espacial cotidiana.

En la primera etapa del presente trabajo, que efectuamos en el segundo cuatrimestre de 2009, analizamos los errores cometidos por los estudiantes al responder, en forma individual, a un cuestionario sobre rectas en el espacio (del Puerto y Seminara, 2010). Se pretendió detectar así la persistencia de ciertas ideas previas, provenientes de la geometría plana, que revelaran que el correspondiente cambio conceptual no se había producido, a pesar de haber transitado los alumnos por un período de instrucción, ejercitación y evaluación sobre tópicos de geometría espacial

(el cuestionario se administró dos semanas después de la evaluación formal sobre esos tópicos). Se buscó detectar, también, la presencia de modelos sintéticos que pudieran explicar algunos de los errores más comunes.

Reproducimos a continuación el cuestionario individual implementado:

Nombre y apellido.....Curso:.....

Cuestionario de revisión

1. Indica si son correctas o no las siguientes afirmaciones para rectas en el espacio. Justifica tus respuestas.

a) *"Dos rectas con igual pendiente y un punto en común son coincidentes".*

b) *"Las rectas* $r:\begin{cases} P_0 = (-3,-5,-1) \in r \\ \vec{u} = (1,-1,2) \parallel r \end{cases}$ *y* $s:\begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = -10-\lambda \\ z = -\lambda \end{cases}$ *se cortan perpendicularmente".*

c) *"Dada la recta* $r:\begin{cases} P_0 = (0,-1,8) \in r \\ \vec{u} = (1,3,0) \parallel r \end{cases}$*, la recta perpendicular a r que pasa por (-1, 6, 1) es* $s: -3x + y - 9 = 0$*".*

2. *Dados la recta* $r: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z}{-1}$ *y el punto* $A = (7,-6,4)$ *halla*

a) *la recta s paralela a r que pasa por A*

b) *la recta* t *que pasa por A y corta perpendicularmente a r*

En el primer cuatrimestre de 2010 llevamos a cabo la segunda etapa, realizando el abordaje del tema mediante la técnica del trabajo cooperativo entre los alumnos. Se armaron grupos de discusión, con un cuestionario guía que, partiendo de los conocimientos en el plano, planteaba gradualmente el paso al espacio, con interrogantes que pretendían provocar el conflicto. Nuestra intención fue comprobar que, como muchos autores sostienen, el trabajo grupal contribuye a que se produzca el esperado cambio conceptual.

Dos semanas después de que se los hubiera evaluado sobre los contenidos relativos a rectas y planos en el espacio, se administró a estos alumnos el mismo cuestionario individual utilizado el año anterior, con el fin de comparar los resultados.

Reproducimos a continuación el cuestionario con que trabajaron los grupos:

Curso:
Nombre y apellido de los integrantes del grupo:

Dadas las siguientes rectas en el plano, escriban las ecuaciones de las nuevas rectas que se solicitan.

1) Dada r_1: $y = 2x - 3$

Hallen s_1 que pasa por el punto $(1,2)$ y es paralela a r_1

Hallen t_1 que pasa por el punto $(0,-1)$ y es perpendicular a r_1

2) Dada r_2: $(x,y) = (1,3) + \lambda(2,1)$

Hallen s_2 que pasa por el punto $(-1,4)$ y es paralela a r_2

Hallen t_2 que pasa por el punto $(-2,-3)$ y es perpendicular a r_2

Seguramente esta primera parte no les resultó difícil…
Y ahora, en el espacio… (Pueden usar gráficos de ayuda)
Analicen, discutan y escriban sus conclusiones, fundamentándolas…:

3) Dada r_3: $(x,y,z)=(1,2,-3)+\lambda(1,1,-1)$

a) ¿Cómo construirían la ecuación de una recta paralela a r_3? ¿Es única?

b) ¿Y si se pide que hallen la ecuación de una recta paralela a r_3 que pase por $(1,0,-1)$? ¿Cuál es la ecuación? ¿Es única?

c) ¿Cómo construirían la ecuación de una recta de *dirección perpendicular* a la recta r_3? ¿Es única?

d) ¿Y si se pide que hallen la ecuación de una recta de dirección perpendicular a r_3 que pase por $(1,0,-1)$? ¿Cuál es la ecuación? ¿Es única?

e) ¿Y si se pide que la nueva recta *corte perpendicularmente* a r_3? ¿Es única?

f) ¿Y si se pide que hallen la ecuación de una recta que corte perpendicularmente a r_3 y que pase por $(1,0,-1)$? ¿Cuál es la ecuación? ¿Es única?

RESULTADOS

En la *1° Etapa* el cuestionario individual fue completado por 52 alumnos que cursaban Álgebra y Geometría Analítica en el 2° cuatrimestre de 2009.

La *2° Etapa* fue llevada a cabo durante el primer cuatrimestre del 2010. El cuestionario grupal fue abordado por 76 alumnos pertenecientes a 3 cursos de Algebra y Geometría Analítica, que trabajaron en grupos de 3 a 5 integrantes cada uno, durante una hora, discutiendo e intercambiando ideas, mientras la docente coordinaba la tarea, e indicaba los lapsos de tiempo que se destinaban a cada ítem. A la clase siguiente, una vez analizadas las respuestas, la docente realizó la institucionalización del tema en el frente. El cuestionario individual fue completado luego por los 76 alumnos, dos semanas después de la evaluación formal sobre los mismos temas.

En el siguiente cuadro se comparan los resultados obtenidos para cada ítem del cuestionario individual de ambas etapas:

		1era. Etapa	2nda. Etapa
1a	No responde	6%	4%
	Responde correctamente	2%	8%
	Responde con idea previa	67%	52%
	Responde con modelos sintéticos	31%	36%
1b	No responde	10%	5%
	Responde correctamente	6%	25%
	Responde con idea previa	64%	53%
	Errores varios no representativos	30%	22%
1c	No responde	37%	17%
	Responde correctamente	33%	35%
	Responde con modelos sintéticos	67%	57%
2a	No responde	31%	13%
	Responde correctamente	78%	91%
	Errores varios no representativos	22%	9%
2b	No responde	42%	21%
	Correcto Correcta incompleta	3% 3%	8% 8%
	Modelos sintéticos	47%	65%
	Errores varios no representativos	47%	18%

A continuación se comentan los resultados obtenidos en ambas etapas en cada uno de los ítems:

1) a): En la *1° Etapa* el **67%** de los alumnos que respondió pretendió utilizar en el espacio, sin modificaciones, su idea previa de "pendiente de una recta (del plano)" mientras que en la *2° Etapa* lo hizo el **52%** de los alumnos que contestó.
31% de los alumnos de la *1° Etapa* que respondió reveló la presencia de algún tipo de modelo sintético y en la *2° Etapa* lo hizo el **36%** de los alumnos que contestó. Algunos de los argumentos exhibidos fueron: *"las rectas pueden ser alabeadas, ya que si las pendientes son iguales no siempre las rectas son paralelas", "dos rectas en el espacio son coincidentes si y sólo si tienen dos puntos en común y la misma pendiente", "en el espacio hay todo un haz de rectas que tienen la misma pendiente y pasan por un punto", "esto se da en rectas del plano; en el espacio pueden ser coincidentes como también concurrentes", "en el espacio no alcanza con tener un punto en común e igual pendiente, sino que deben tener el mismo término independiente*".
En la *1° Etapa* sólo un alumno de los 52 (**2%**) contestó correctamente, que no puede hablarse de pendiente de una recta en el espacio mientras que en la *2° Etapa* un **8%** de los alumnos que respondieron lo hicieron correctamente.
1) b): El **64%** de los alumnos que contestaron en la *1° Etapa* conservaba la idea previa de las condiciones de ortogonalidad de rectas en el plano, ya que se contentó con comprobar la perpendicularidad de los vectores directores y en la *2° Etapa* lo hizo un **53%** de los alumnos que contestaron.
Los modelos sintéticos no resultaron evidentes en ninguna de las dos etapas, salvo en el caso de un alumno que afirmó: *"para que las rectas se corten perpendicularmente sus pendientes deben ser inversas y opuestas una de la otra, y el producto entre los vectores paralelos a las rectas debe ser igual a cero"*.
Solamente tres alumnos (**6%**) de la *1° Etapa* contestaron que la afirmación era correcta y justificaron adecuadamente, demostrando que los vectores directores de ambas rectas eran ortogonales y que las rectas se cortaban en un punto, mientras que en la *2° Etapa* el **25%** de los alumnos que respondieron lo hicieron en forma correcta y justificaron adecuadamente,
1) c): En la *1° Etapa* el **37%** de los alumnos no respondió a este ítem mientras que sólo el **17%** de los alumnos de la *2° Etapa* no respondió. El **21%** de los alumnos de la *1° Etapa* contestó y justificó bien, diciendo que la ecuación de *s* correspondía a un plano, y no a una recta en R^3 y en la *2° Etapa* el **35%** de los alumnos que respondieron lo hizo correctamente.
67% de los estudiantes que contestaron en la *1° Etapa* revelaron algún tipo de modelo sintético mientras que en la *2° Etapa* lo hicieron el **57%** de los estudiantes que contestaron.
Algunos de los argumentos fueron: "*el vector director de s es* $(1,3,0)$ " (notemos que $(1,3)$ sería lo correcto si consideraran la ecuación $s: -3x + y - 9 = 0$ como recta en el plano); "*el vector director de s es* $(-3,1,-9)$"; "*el vector director de s es* $(-3,1,0)$, $(1,3,0).(-3,1,0) = 0$ *y* $(-1,6,1)$ *pertenece a la recta s";* Otros demostraron solamente que $(-1,6,1)$ pertenecía a *s* y con esto afirmaron que ambas "rectas" eran perpendiculares. Todos estos alumnos no advirtieron la incompatibilidad de estar considerando simultáneamente $r: \begin{cases} P_0 = (0,-1,8) \in r \\ \vec{u} = (1,3,0) \parallel r \end{cases}$ y $s: -3x + y - 9 = 0$ como "ecuaciones de rectas en el espacio".
2) a): En este ítem no se esperaba encontrar indicios de modelos sintéticos o de ideas previas; se lo incluyó sólo para introducir el ítem siguiente. De los alumnos que respondieron en la *1° Etapa*, el **78%** lo hizo correctamente y los errores observados no resultaron representativos. En la *2° Etapa*, de los alumnos que respondieron (el 87%), un **91%** lo hizo correctamente.
2) b): En la *1° Etapa* **s**ólo 1 alumno de los 52 (**2%**) resolvió correctamente, 1 segundo alumno relató correctamente lo que haría, pero no lo concretó, **42 %** de los alumnos no respondió, mientras que el **47 %** de los alumnos que contestaron evidenciaron algún tipo de modelo sintético. En la *2° Etapa* sólo el **21 %** de los alumnos no respondieron, el **8%** de los alumnos que respondieron lo hizo correctamente y otro **8%** dio una respuesta incompleta pero bien encaminada. El **65%** de los alumnos que contestaron revelaron algún tipo de modelo sintético.
Se ofrecen a continuación algunos ejemplos interesantes:

- un alumno halló la ecuación del plano que pasa por A y es ortogonal al *u*, y dijo que se trataba de la ecuación de la recta *t* (en el plano, una ecuación lineal representa una recta).
- 10 estudiantes definieron *t* como la recta que pasa por A y tiene por director un vector *cualquiera* ortogonal a *u*= $(3,-2,-1)$: $(1,1,1)$, $(2,0,-6)$, $(1,-2,1)$, $(a,b,3a-2b)$, $P_0P_1 \times \vec{u}$, etc., (en el plano es posible tomar un vector *cualquiera* ortogonal a una dirección dada, pues existe sólo una dirección ortogonal)
- Tres estudiantes ofrecieron los siguientes modelos sintéticos, que recuerdan la fórmula $m_s = -\dfrac{1}{m_r}$ para las pendientes de rectas ortogonales en el plano:

$$t: \frac{x+7}{-\frac{1}{3}} = \frac{y-6}{\frac{1}{2}} = \frac{z+4}{1}$$ (invirtió y cambió de signo las componentes del director de *r*)

$$t: (x, y, z) = (7,-6,4) + \lambda(-3,2,1)$$ (cambió de signo las componentes del director de *r*)

$$t: (x, y, z) = (7,-6,4) - \frac{1}{\lambda}(3,-2,-1)$$ (invirtió y cambió de signo el parámetro)

CONCLUSIONES

Los alumnos que cursan Álgebra y Geometría Analítica manejan el concepto de recta en el plano (ecuación, elementos, propiedades, posiciones relativas): se trata de contenidos que trabajaron en la escuela media, reforzaron en el Seminario de Ingreso a la Universidad y revieron en la primera unidad de la asignatura que nos ocupa.

Los conocimientos sobre recta en el espacio introducidos en el curso no pueden ser simplemente "adicionados" a la información anterior que poseen, sino que requieren de un *cambio conceptual* que no se produce en todos los estudiantes: algunos persisten en sus ideas previas, otros exhiben un cambio incompleto (*modelo sintético*) y sólo en un bajo porcentaje demuestran haber completado la reestructuración conceptual necesaria.

Sin embargo, la comparación de los resultados de ambas etapas parece indicar que *el trabajo cooperativo ha incidido positivamente en el rendimiento de los alumnos* ya que en la segunda etapa han aumentado el número de alumnos que responde, el número de alumnos que responde correctamente y el número de alumnos que ha cambiado su idea previa por un modelo sintético, lo que puede considerarse un avance.

Si bien debe tenerse en cuenta el alcance relativo de estos resultados, debido a que no fueron controladas todas las variables y el trabajo cooperativo en grupos se limitó al tratamiento de este contenido curricular, por lo que no puede considerarse una dinámica de grupos plenamente desarrollada, parece evidente que los alumnos han logrado adquirir una mayor confianza en sí mismos a partir del trabajo grupal, para enfrentar el conflicto cognitivo de mejor forma.

CÓMO CONTINUARÁ NUESTRO TRABAJO

En nuestra próxima etapa de trabajo intentaremos promover el cambio conceptual a través del trabajo sobre la evaluación de los alumnos, siguiendo la propuesta de algunos autores (Carlino, 2005).

La evaluación no es el eslabón final de la enseñanza, sino que, por el contrario, está en el centro del proceso educativo. Considerar que la evaluación sirve sólo para la acreditación de la asignatura, es olvidar que ella ayuda a retroalimentar la enseñanza y el aprendizaje, e informa a los alumnos tanto sobre los tópicos de mayor importancia de una asignatura como del estado de su propio conocimiento. Como dice Carlino (op. cit), "*la evaluación enseña*".

En lo referente a la evaluación sumativa, la devolución del examen es un momento más en el aprendizaje del alumno, una instancia más que *valida* la evaluación. En esta instancia el alumno puede aún reorganizar la información, lograr una mayor integración de conceptos y procedimientos, y acercarse al cambio conceptual deseable, si éste todavía no se ha producido. En la corrección de la evaluación el alumno debe poder reconocer sus errores, sentirse guiado hacia la búsqueda de un conocimiento más integrado, generarse nuevos interrogantes (Tedesco, 2007) e, inclusive, descubrir conflictos cognitivos no resueltos. Los autores consultados insisten en que el examen no sólo debe ser corregido y devuelto lo antes posible, sino que también debe ser discutido en clase de manera individual o colectivamente en el pizarrón, ya que el alumno, con su examen delante, se manifiesta más abierto y participativo. También señalan que es conveniente que el alumno rehaga su examen en casa, o reescriba el examen en clase, teniendo en cuenta las observaciones hechas por el profesor antes de la calificación final y vuelva a entregarlo para, de esta manera, afianzar lo aprendido e, incluso, realizar reajustes en la organización de sus conocimientos. Es de este modo que la evaluación *forma parte* del proceso de aprendizaje del alumno (Gil Pérez y Guzmán, 1993; Carlino, 2005). En realidad, todas las actividades realizadas en clase por los alumnos pueden constituir una ocasión para el seguimiento de su trabajo, la detección de sus dificultades, de sus conflictos cognitivos y de sus progresos: el docente necesita esta información para valorar y orientar el aprendizaje del alumno hacia los cambios necesarios, pero sacar provecho de la instancia de la evaluación sumativa puede ser de singular importancia en este aspecto.

Atendiendo a todas estas consideraciones, planeamos continuar nuestro trabajo aprovechando las distintas instancias de evaluación de los alumnos de Álgebra y Geometría Analítica, particularmente el momento de la devolución del examen, y la opción de rehacer el mismo en casa o en clase. Intentaremos determinar si esto posibilita que el proceso de reorganización de saberes en la mente del alumno continúe, propiciando, de algún modo, el cambio conceptual, cuando éste no se ha producido o se encuentra inacabado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ausubel, D. (1976). Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento. En: Elam, S. (Ed.) *La educación y la estructura del conocimiento*. Buenos Aires: El Ateneo.

Bachelard, G. (1988). *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo.* México: Siglo XXI.

Biza, I.; Souyoul, A. y Zachariades, T. (2005). Conceptual Change in Advanced Mathematical Thinking. En: *Actas del Cuarto Congreso de la Sociedad Europea para la Investigación en Educación Matemática*, CERME 4.

Carlino, P. (2005). *Escribir, leer y aprender en la universidad. Una introducción a la alfabetización académica.* Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica de Argentina.

Carretero, M. y Límón, M. (1997). Problemas actuales del constructivismo. De la teoría a la práctica. En: Rodrigo, M. J.; Arnay, J. (Comps.) *La construcción del conocimiento escolar*. Paidós.

Davis, J. (2001). Conceptual Change. En Orey, M. (Ed.) *Emerging perspectives on learning, teaching, and technology*. Obtenido en la web el 19 de julio 2010, de http://projects.coe.uga.edu/epltt/

del Puerto, S.; Minnnard, C. y Seminara, S. (2007). Identificación y clasificación de los errores cometidos por los alumnos en el aprendizaje del Álgebra y la Geometría Analítica. *Elementos de Matemática*, *Publicación Didáctico Científica de la Universidad CAECE* 21 (81): 5-14.

del Puerto, S. y Seminara, S. (2010). Las concepciones erróneas y el cambio conceptual en el aprendizaje de la Geometría Analítica. *Premisa, Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática (SOAREM)* 12 (44): 25-35.

Driver, R. y Easley, J. (1978). Pupils and paradigms: A review of literature related to concept development in adolescent science students. *Studies in Science Education* (10): 37-70.

Dreyfus, A.; Jungwirth, E. y Eliovitch, R. (1990). Applying the cognitive conflict strategy for conceptual change: some implications, difficulties and problems, *Science Education* 74 (5): 555-569.

Gil Pérez, D. y de Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones*. Parte II.4: La necesidad de innovaciones en la evaluación. *Biblioteca Virtual Organización de Estados Iberoamericanos.* Disponible en: http://www.oei.org.co/oeivirt/ciencias.pdf

Novak, J. (1979). The reception learning paradigm. *Journal of Research in Science Teaching* (16): 481-488

Nussbaum, J. y Novick, N. (1982). Alternative frameworks, conceptual conflict, and accommodation: Toward a principled teaching strategy. *Instructional Science*, 11: 183-200.

Posner, G.; Strike, K.; Hewson, P. y Gertzog, W. (1982). Accomodation of a Scientific Conception: Toward a Theory of Conceptual Change. *Science Education* 66 (2): 221-227.

Scott, P.; Asoko, H. y Driver, R. (1991). La enseñanza para un cambio conceptual: un análisis de las estrategias. Traducido de: Duit, R.; Goldberg, F.; Niedderer, H. (Eds.) *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Stutdies. Procedings of an International Workshop.*

Tedesco, F. (2007). Devolución: instancia de aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación. (OEA).* Versión digital. Disponible en: http://www.rieoei.org/deloslectores/1904Tedesco.pdf

Tirosh, D. y Tsamir, P. (2004). What can mathematics education gain from the conceptual change approach? And what can the conceptual change approach gain from its application to mathematics education? *Learning and Instruction* (14): 535-540.

Viennot, L. (1976). *Le Raisonnement Spontané en Dynamique Elémentaire*. Tesis doctoral. Université París 7. (Publicada en 1979 por Herman: París).

Vosniadou, S. y Vamvakoussi, X. (2006). Examining Mathematics Learning from Conceptual Change Point of View: Implications for the Design of Learning Environments. En: *Instructional Psychology: Past, Present and Future Trends. Sixteen Essays in honour of Erik De Conte.* Oxford: Elseivier Ltd.

Vosniadou, S. y Verschaffel, L. (2004). Extending the Conceptual Change Approach to Mathematics Learning and Teaching. En: *The Conceptual Change Approach to Mathematics Learning and Teaching, Special Issue of Learning and Instruction* 14(5): 445-451.