IMPLEMENTACIÓN DEL USO DE TECNOLOGÍA PARA MAXIMIZAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES

Irma Zulema Martínez[2, 3],Jorge Félix Almazán[1], Marta Lucía Lentini[2], María Cristina Lentini[2] & *Crespo Sergio Hernán* [3]
(1) Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta. Argentina
(2) Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de Salta. Argentina
(3)Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta. Argentina
jalmazan@unsa.edu.ar- lentinim@unsa.edu.ar - irmart@unsa.edu.ar - lentinic@unsa.edu.ar- screspo@ucasal.net
Área Temática: Experiencias de Cátedra
Palabras claves: Recursos tecnológicos, Enseñanza-Aprendizaje, Estrategias.

Resumen:
Esta presentación describe el uso y aplicación del soft Maple en el tema: Cónicas, del programa vigente de la cátedra de Álgebra Lineal y Geometría Analítica, de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNSa., se recurrió a actividades que se incorporan a las tareas tradicionales, permitiendo que los alumnos desarrollen otras estrategias en sus producciones, y generen mayor dedicación hacia las mismas, motivada por el uso de recursos de la tecnología educativa a fin de lograr mejorar el aprendizaje significativo, atendiendo tanto los aspectos conceptuales y procedimentales.

Introducción

El propósito de este trabajo es difundir algunas de las actividades realizadas, por docentes de distintas Facultades del área Matemática de la UNSa., en el marco de un Proyecto de Investigación del CIUNSA - Consejo de Investigación. Los integrantes , que se desempeñan en las Facultades de Ciencias Exactas, Ingeniería y Ciencias Económicas, en la búsqueda permanente de una participación más activa de nuestros estudiantes, planteó una serie de actividades adicionales, en una determinada comisión, en la clase del tema de Cónicas, del programa vigente de la cátedra de Álgebra Lineal y Geometría Analítica, asignatura de 1º Año de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNSa, las que fueron desarrolladas empleando el programa Maple, usado como otro recurso motivador.

Fundamentación

Concibiendo que actualmente, los hábitos de trabajo en cualquier profesión han incorporado las Nuevas Tecnologías, la enseñanza no puede ser una excepción, siendo la computadora la más usada de estas tecnologías que, apoyada por un software adecuado, tiene la capacidad de adaptarse a diversas necesidades.

El desarrollo del cálculo simbólico ha revolucionando muchos aspectos en el área de las matemáticas y, como consecuencia, en todas las disciplinas que la utilizan como herramienta. En este marco de hecho se está replanteando:

- **La forma de enseñar matemáticas**. La incorporación de los sistemas de cálculo simbólico, a los métodos de cálculo tradicional, provoca que, muchas de las tareas mecánicas que el alumno desarrollaba de la manera habitual, pueden ser realizadas por medio de estos sistemas más rápidamente.
- **La forma de enseñar otras asignaturas**. La potencia de las matemáticas como herramienta queda fortalecida muy notablemente con el cálculo simbólico, de forma que planteamientos antes impensables, por su complicación y limitación de medios, son hoy ya posibles gracias a estos paquetes. Al alumno puede ahora pedírsele que domine metodologías de trabajo o algoritmos, más que operaciones y herramientas matemáticas elementales. Ya puede llegarse a resultados finales de procesos bastantes complejos en muy poco tiempo.

Sabiendo que la parte operacional es importante para un estudiante, más lo es la parte conceptual. En ese contexto y con el fin de destinar un tiempo mayor durante el proceso de enseñanza – aprendizaje para afianzar conceptos y realizar un buen análisis de resultados obtenidos, es que se incorpora esta herramienta.

Si bien se pueden conseguir diversos software ó programas de diferentes temas, se opta por este pues es de gran alcance y que luego puede ser usado en las diferentes asignaturas de las diferentes carreras.

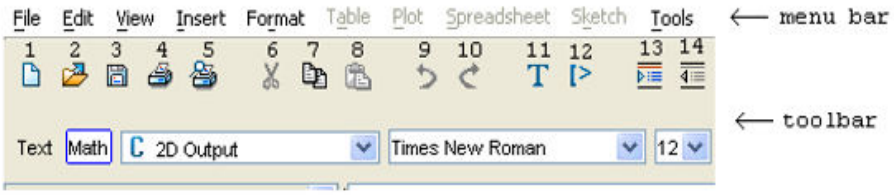
Como Objetivo se plantea que los alumnos *elaboren, analicen e interpreten fácilmente las alternativas que se presentan en los ejercicios y/ó problemas de enseñanza-aprendizaje de la Matemática,* con el uso del recurso Tecnológico y como Objetivos Específicos:

- Resolver con destreza y celeridad *ejercicios y problemas de cónicas* usando los Métodos del Programa Maple.
- Acrecentar el gusto por la matemática.
- Conceptualizar el software educativo, como un recurso potenciador del proceso de enseñanza-aprendizaje.

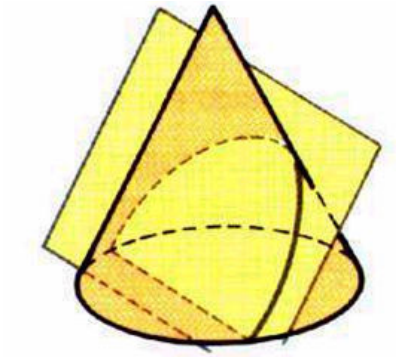
Desarrollo

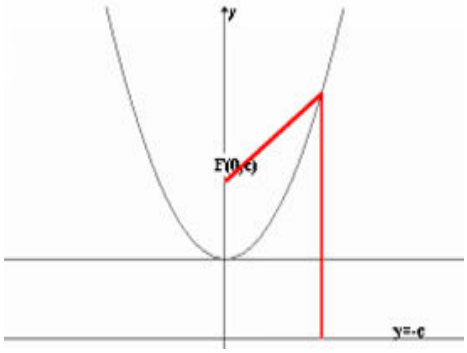
Se expuso los contenidos Teóricos del tema Cónicas, y se entregó una guía para el desarrollo de la Práctica, consistente en el planteo de situaciones que pueden resolverse utilizando el software Maple complementando, las actividades tradicionales. La motivación para que este aprendizaje sea colaborativo fue permanente, orientando la práctica educativa, a partir de la reflexión y experiencia de los docentes, insistiendo en la importancia de la interpretación de los resultados.

Se explicó acerca de la interface de usuario que es la parte del programa que se ocupa de las operaciones de entrada y salida de la información al iniciar Maple, pudiéndose elegir entre dos hojas de trabajo distintas, la Clásica y la Standard.
Se realizó un breve recorrido las librerías del Maple la del Paquete de Algebra Lineal y de geometry, que contiene comandos que son utilizados para estudiar el tema seleccionado. En todos estos casos, fue de gran utilidad la página de ayuda de los distintos comandos.
A modo de ilustración se presenta parte del trabajo desarrollado en clases, donde se orientó al estudiante para la aplicación del soft al tema seleccionado.
Resolución de Ecuaciones de Cónicas con Maple
Se recomienda que previo a la ejecución de ejercicios del tema, se realice la lectura de la guía Maple que ha sido confeccionada para conocer los comandos, que son básicos y que pueden tener mayor interés para los usuarios que se inician en él, con una breve explicación de los mismos y operaciones que se pueden efectuar.
Para iniciar la tarea se debe abrir una nueva hoja de trabajo.
Para ello se sigue la secuencia: Archivo>nuevo>hoja de trabajo, y se hace clic en el icono de matemática.
Para iniciar un nuevo grupo de trabajo de ejecución: clic en el icono de entrada de Maple [> , que sería el número 12, de acuerdo a la imagen siguiente que corresponde a las barras de herramientas del programa Maple. A continuación aparece corchete con el prompt, luego escribir el comando a usar

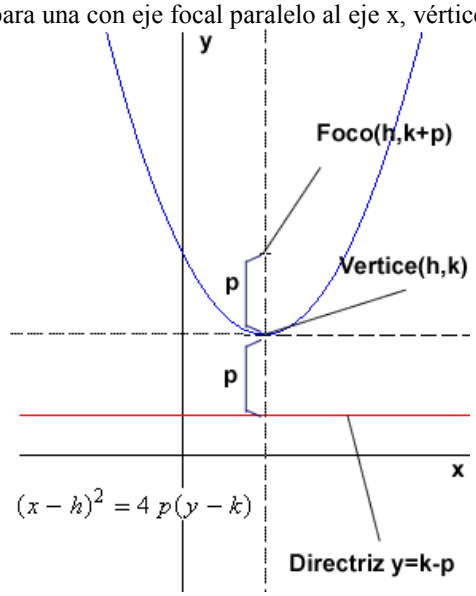


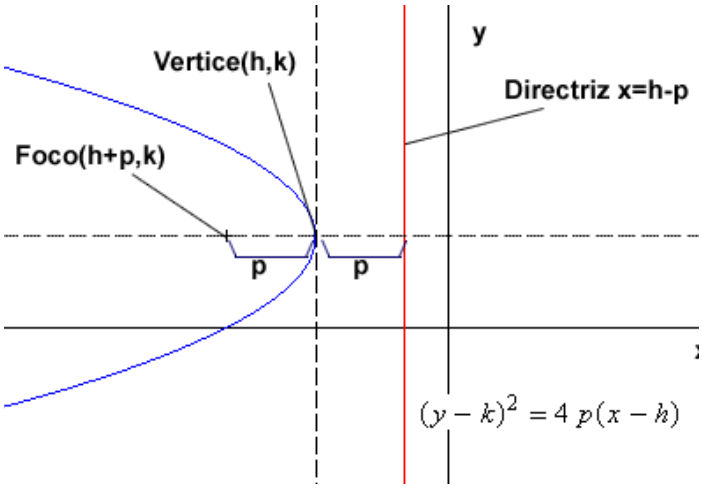
Para la realización del práctico se utilizarán algunos comandos tales como:
[> parabola(*P,* ecuacion,[x,y]); [> detail(P1); Para resolver
[> implicitplot; Para graficar, etc.
Es conveniente cargar el paquete "geometry" para poder visualizar toda la ayuda, para ello ir a Herramienta>Cargar Paquete>todos los paquetes y seleccionar geometry
Guía Teórico Práctica
Cónicas
Se llaman curvas cónicas a todas aquellas que se obtienen cortando un cono con un plano. Debido a su origen las curvas cónicas se llaman a veces secciones cónicas.
Las aplicaciones de las secciones cónicas son múltiples y variadas. El matemático griego Apolonio (262-190 A.C.) de Perga (antigua ciudad del Asia Menor) fue el primero en estudiar detalladamente las curvas cónicas, y descubrió que las cónicas se podían clasificar en tres tipos: elipses, hipérbolas y parábolas. Apolonio demostró que las curvas cónicas tienen muchas propiedades interesantes. Algunas de esas propiedades son las que se utilizan actualmente para definirlas. Se estudian las definiciones de las curvas cónicas como lugares geométricos, que son las más utilizadas en las matemáticas modernas. En el siglo XVI el filósofo y matemático René Descartes (1596-1650) desarrolló un método para relacionar las curvas con ecuaciones. Este método es la llamada Geometría Analítica. En la Geometría Analítica las curvas cónicas se pueden representar por ecuaciones de segundo grado en las variables x e y. Las cónicas son las curvas más importantes que la geometría ofrece a la física. El astrónomo alemán Johannes Kepler (1570-1630) descubrió que las órbitas de los planetas alrededor del sol son elipses que tienen al sol como uno de sus focos. Isaac Newton (1642-1727) demostró que la órbita de un cuerpo alrededor de una fuerza de tipo gravitatorio es siempre una curva cónica.
Luego de destacar la importancia de las curvas cónicas se obtendrán las ecuaciones de las cónicas aplicando la fórmula de distancia y empleando un sistema de coordenadas cartesianas. Se utilizará el software para identificar y obtener información de la cónica representada por una ecuación de segundo.
Parábola
<u>Definición</u>: Se llama parábola al lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, llamado foco, y de una recta fija llamada directriz.
<u>Ecuación</u>
Ecuación analítica de la parábola: Supongamos que el foco esté situado en el punto (0,c) y la directriz es la recta y = -c (por lo tanto el vértice está en su punto medio (0,0)) , si tomamos un punto cualquiera P(x , y) de la parábola y un punto Q(x , -c) de la recta debe de cumplirse que :
PF = PQ es decir: $\sqrt{x^2+(y-c)^2}=\sqrt{(x-x)^2+(y+c)^2}$
Las parábolas son las curvas que se forman al cortar un cono con un plano paralelo a una de sus aristas



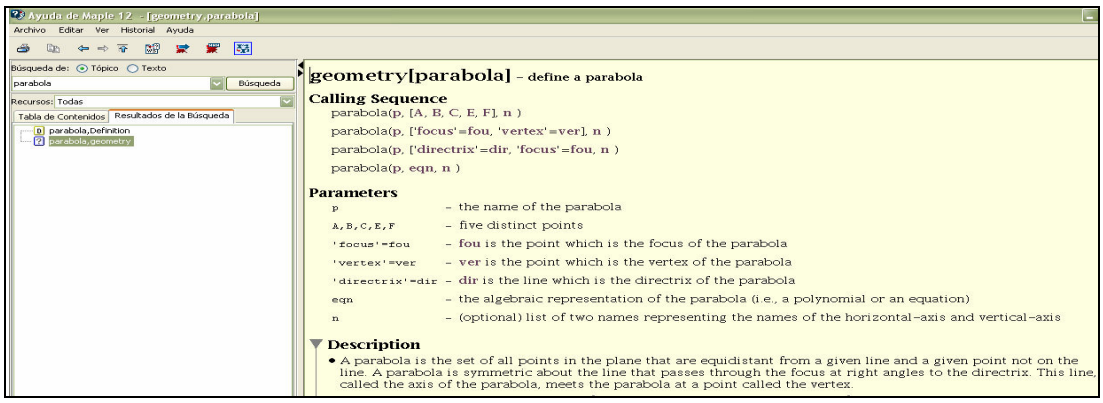


Elevando al cuadrado:
x^2= 4cy Si la parábola no tiene su vértice en (0,0) si no en (h,k) entonces la ecuación sería: $(x-h)^2 = 4c(y-k)$ ó también si se llama a la distancia entre el vértice y el foco "p"
$(x-h)^2$= 4p (y-k) desarrollando la ecuación tendremos: $x^2+h^2 - 2xh - 4py + 4pk = 0$
Si hacemos D = -2h, E = -4p, F = h^2 + 4pk obtendremos que es: $x^2 + Dx + Ey + F = 0$ en la que podemos observar que falta el término de y^2
La ecuación para una parábola con eje focal paralelo al eje y, vértice en (h, k) y cuya distancia al foco es p, y para una con eje focal paralelo al eje x, vértice en (h, k) y cuya distancia al foco es p se presentan a continuación:





Uso de Maple se está trabajando con la versión Maple 12
El programa proporciona la librería **geometry** con comandos relativos al área y para recuperar esta librería o cargarla se escribe
[>with(geometry): si se coloca al final "**;**" al dar enter se verán todos los comandos y si se coloca ":" no se verán.
El comando parabola de MAPLE proporciona distintas posibilidades para la entrada de datos
Conocida la ecuacion de la parabola determinar sus elementos característicos: focos, vértice y directriz
En este caso el comando parabola adopta la siguiente forma:
[>**parabola(*P*, ecuacion,[x,y]);** Donde:
P: es el nombre de la parábola, **[x,y]**: nombre del eje horizontal y vertical respectivamente
Para resolver un ejercicio o problema se realiza entonces:
[> with(geometry) se carga el paquete
Se utiliza a continuación el comando parabola
[>?parabola; Se tiene la siguiente pantalla



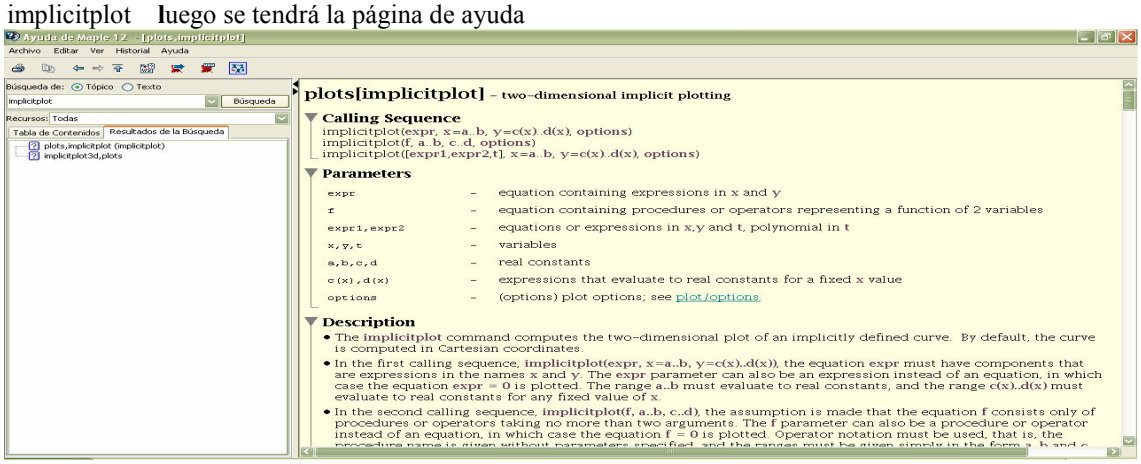
Para encontrar los datos de la siguiente parábola $x^2 = 4.y$ utilizaremos la manera antes citada:
[>*parabola(P, ecuacion,[x,y]);*
[> *parabola(P1, $x^2 = 4.y$,[x,y]);*

Al dar enter se obtiene como salida en azul: *P1*

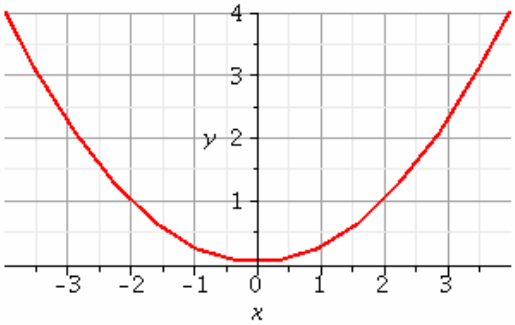
A continuación usar el comando
[> *detail* para obtener información de la parábola
Para ir a la página de ayuda, colocar delante del comando el signo de interrogación
[>*detail(P1)*

name of the object	*P1*
form of the object	*parabola2d*
vertex	[0, 0]
focus	[0, 1]
directrix	$y + 1 = 0$
equation of the parabola	$x^2 - 4\,y = 0$

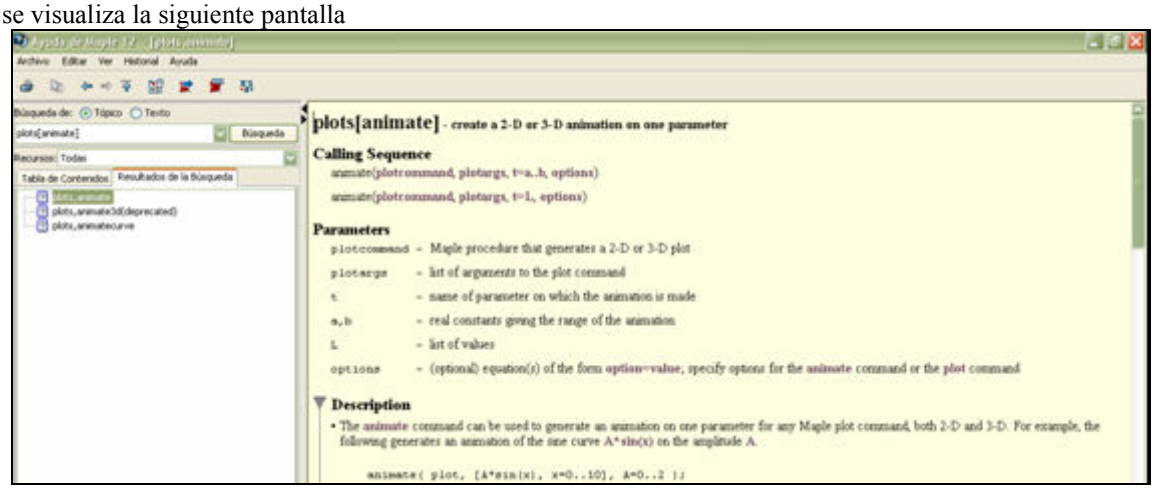
Para realizar el gráfico cargar el paquete de la siguiente manera, (recordar que si se pone ; o : lo que ocurre)
[> *with(plots)*
Con el siguiente comando implicitplot realiza el gráfico en dos dimensiones, y de forma predeterminada, en coordenadas cartesianas.**:**
[> *implicitplot* podemos ir a la página de ayuda, colocando adelante el signo de interrogación
[>? implicitplot **l**uego se tendrá la página de ayuda



La sentencia a usar será luego del comando ***implicitplot* la** ecuación, los rangos de valores de las variables
[> *implicitplot(x^2-4.y=0,x=-5..5.y=-1..2,thickness=2);*

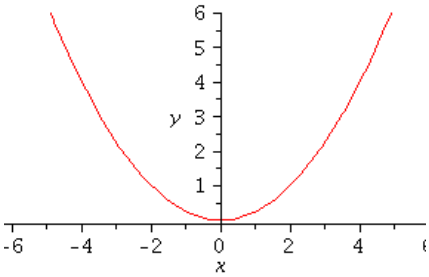


Si se quiere realizar animación de un gráfico (es decir ver los cambios en el gráfico de la cónica a través de la variación de un parámetro) se hace variar un parámetro de la ecuación. Se utilizan los siguientes comandos**:** ***>animate*** y ***> pointplot*** para ir a la página de ayuda:
>? animate y luego *>?plots(animate)*
Y se visualiza la siguiente pantalla



El comando ***animate*** que realiza la animación de una ecuación haciendo variar algún parámetro de la misma y las sentencias pueden ser:
[> ***animate(***plotcommand***,[*** plotargs***],***t=a..b, options***)*** o
[> ***animate(***plotcommand***,[*** plotargs***],***t=L, options***)***
Parámetros: **plotcommand** - procedimiento de Maple que genera un gráfico **plot** en 2D o 3D
plotargs - lista de argumentos para el comando plot
t nombre del parámetro en el que se hace la animación
a,b: constantes reales dando el rango de la animación
L lista de valores del parámetro Ejemplo:

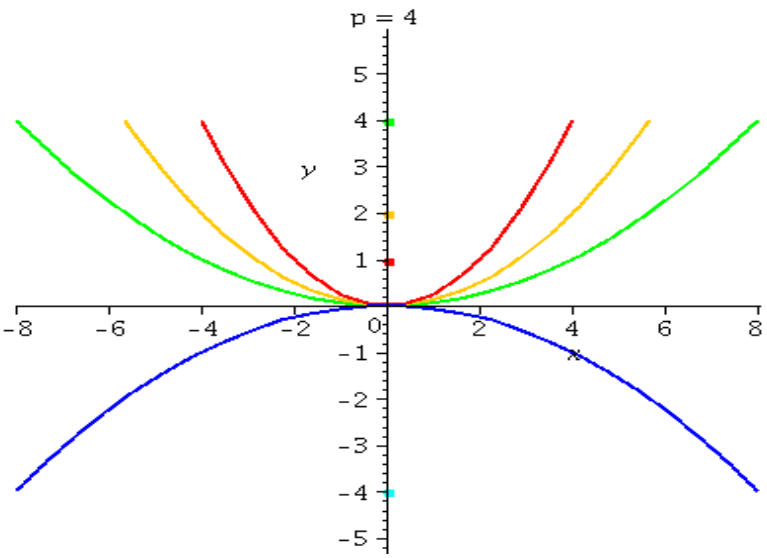
Ejemplo: Dada la parabola x^2 -16y=0 Realice la animación para diferentes valores de r escribiendo la parabola x^2 -16y=0 como x^2 -4r.y = 0
[>*with(plots):*
[*>animate(implicitplot[x^2-4.r.y=0,x=-8..8.y=-1..6],r=1..4,scaling=contrained;*



r=1

En este gráfico se verá la animación, para ello señalar el grafico, y aparece la barra de menú de animación y se hace click en el botón play. Se muestra la barra y el botón a continuación

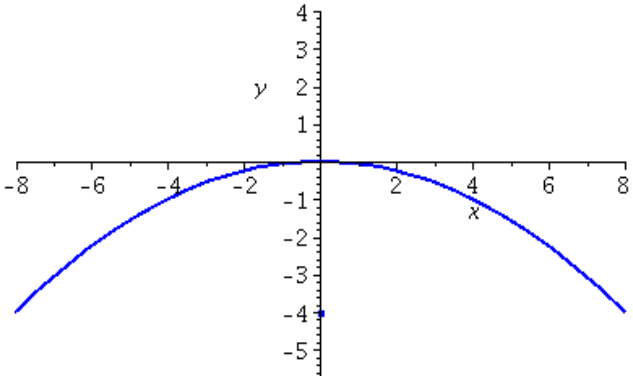
Sea la parábola ***x^2=4.p. y*** centrada en el origen, cuyo foco tiene coordenadas en ***F(0,p).*** Si queremos ver algunas de estas variaciones y que queden graficadas en un mismo sistema usamos otra de las sentencias que esta en el comando *animate* para ello se realiza una lista **L** de los distintos valores que puede tomar ***p:***
[*>L:= [-4,1,2,4]* $L := [-4, 1, 2, 4]$
Sea **R** el procedimiento que dibuja para los distintos valores de **p**, la parábola y su foco correspondiente. Luego con el uso del comando ***animate*** y otras de las sentencias que hay en el mismo, se graficarán las distintas parábolas con sus focos respectivos, según varie **p** y se utilizará distintos colores: *color = [red, yellow, green]*
[> R: = proc (p1) plots [display](plots[pointplot]([[0, p1]], symbol = solidcircle, symbolize = 15), implicitplot(x^2—4.p1.y = 0, x = -8 .. 8, y = -4 .. 4, thickness = 2)) end proc;animate(R, [p], p = L, trace = 3, frames = 200);



Entonces se vera ahora algunas de las posiciones que va tomando la parábola al variar p

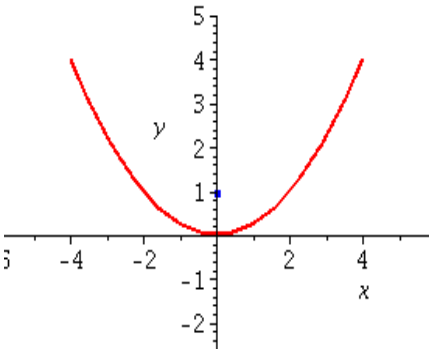
Para **p**= -4

> plots [display](plots[pointplot]([[0, -4]], color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize = 15), implicitplot(x^2-(4*(-4))*y = 0, x = -8 .. 8, y = -4 .. 4, thickness = 2, scaling = constrained));



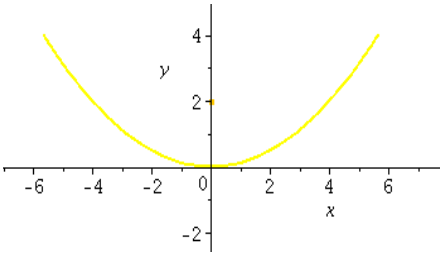
Para p=1

>plots[display](plots[pointplot]([[0, 1]], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 15), implicitplot(x^2-4*y = 0, x = -8 .. 8, y = -4 .. 4, thickness = 2, scaling = constrained));



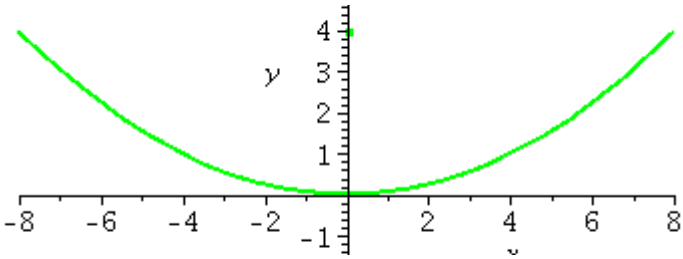
Para p=2

>plots[display](plots[pointplot]([[0, 2]], color = yellow, symbol = solidcircle, symbolsize = 15), implicitplot(x^2-(4*2)*y = 0, x = -8 .. 8, y = -4 .. 4, thickness = 2, scaling = constrained));



Para p=4

> plots[display](plots[pointplot]([[0, 4]], color = green, symbol = solidcircle, symbolsize = 15), implicitplot(x^2-(4*4)*y = 0, x = -8 .. 8, y = -4 .. 4, thickness = 2, scaling = constrained));



Ejercicios

1) Encontrar las coordenadas del foco, las coordenadas del vértice y la ecuacion de la directriz, para cada una de las parábolas definidas por las siguientes ecuaciones. Realizar en cada caso la representación grafica correspondiente $x^2=-16y$ $x^2=4y$ $x^2=8y$ $x^2=16y$

En base a lo realizado a que conclusión arriba?

2) Si se tiene las siguientes parábolas: $x^2-4.x-y = 0$, $x^2-2.x-y = 0$, $x^2+2.x-y=0$; $x^2+4.x-y = 0$

Realice una animación haciendo variar el coeficiente r en: $x^2-r.x-y = 0$

Que Conclusión obtiene?

Resolución

[>*with(geometry)*

[>*parabola(P2, x^2-4.x-y=0,[x,y]);*

Salida $P2$

[>*parabola(P3, x^2-2.x-y=0,[x,y]);* $P3$

[>*detail(P2)*

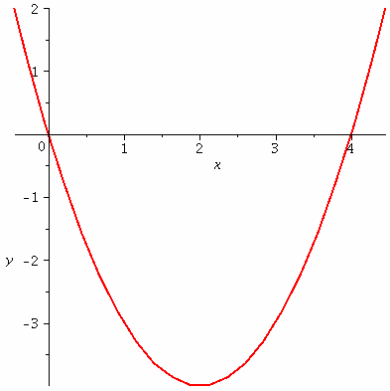
name of the object	$P2$
form of the object	$parabola2d$
vertex	$[2, -4]$
focus	$\left[2, -\frac{15}{4}\right]$
directrix	$\frac{17}{4} + y = 0$
equation of the parabola	$x^2 - 4\,x - y = 0$

[>*detail(P3)*

name of the object	$P3$
form of the object	$parabola2d$
vertex	$[1, -1]$
focus	$\left[1, -\frac{3}{4}\right]$
directrix	$y + \frac{5}{4} = 0$
equation of the parabola	$x^2 - 2\,x - y = 0$

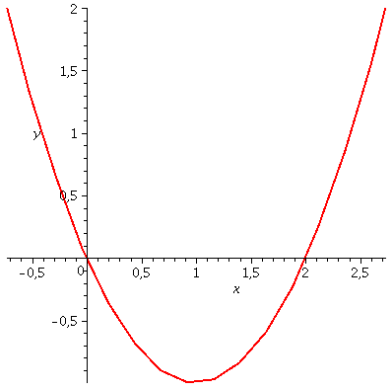
[> *with(plots)*

[>*implicitplot(x^2-4.x-y=0,x=-1..5.y=-5..2,thickness=2);*



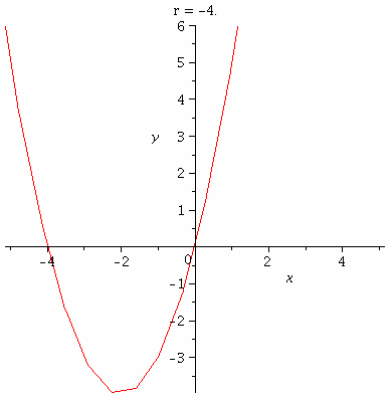
[> *with(plots)*

[>*implicitplot(x^2-4.x-y=0,x=-1..5.y=-5..2,thickness=2);*



Para la animación haciendo variar el coeficiente x^2-r. x-y = 0 utilizamos:

[>*animate(implicitplot[x^2-r.x-y=0, x=-8..8.y=-6..6],r=-4..4,scaling=contrained;*



3) Graficar las siguientes parábolas: x^2-4.x+3-y=0, x^2-4.x+2-y=0, x^2-4.x+6-y=0

Realice una animación haciendo variar el coeficiente x^2-4.x+ r -y=0

[>*parabola (P3, x^2-4.x+3-y=0,[x,y]);* $P3$

[>*detail(P3)*

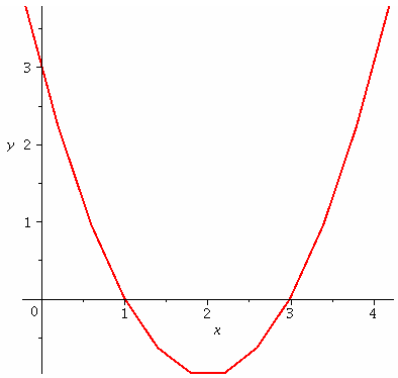
name of the object	$P3$
form of the object	$parabola2d$
vertex	$[2, -1]$
focus	$\left[2, -\frac{3}{4}\right]$
directrix	$y + \frac{5}{4} = 0$
equation of the parabola	$x^2 - 4\,x + 3 - y = 0$

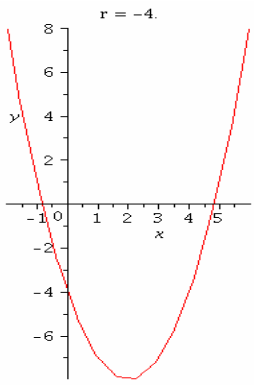
Con los siguientes comandos se grafica y se anima y se ven los gráficos respectivos

[>*with(plots)*

[>*implicitplot(x^2-4.x+3-y=0,x=-1..9.y=-4..4,thickness=2);*

[>*animate(implicitplot[x^2-4x+.r- y=0,x=-8..8.y=-8..8],r=-4..4,scaling=contrained;*





Resultados

Se realizó una encuesta a los alumnos participantes de esta metodología de trabajo, con las siguientes preguntas:

- Como califica esta metodología de trabajo: MB B R NS
- Cree que esta metodología se puede implementar en otras asignaturas del área matemática?
- Como evalúa el rol de los docentes y el suyo en esta ocasión?
- Dar propuestas y/ó sugerencias de aportes para mejorar esta metodología de trabajo
- Te ayudó a prender, fijar o aclarar conceptos esta forma de trabajo?

De la lectura de las encuestas recogidas, se desprende que los alumnos:

- En su mayoría, manifiestan que la incorporación de esta herramienta en las actividades resulta muy positiva.
- Proponen que se implemente este tipo de metodología, en todas las materias que fuera posible
- En cuanto al rol estudiantil, manifestaron sentirse más interesados en realizar la tarea y que favoreció la integración del grupo. Acerca de los docentes, expresaron que los mismos actuaron más orientadores que en otras ocasiones
- No aportaron sugerencias significativas
- Contestaron mayoritariamente que les ayudó a aclarar y fijar los conceptos. Rescataron la rapidez para lograr los resultados

El haber incorporado este recurso tecnológico, motivó, tanto a alumnos como docentes a seguir estudiando e indagando versiones mas recientes de este soft Desde el cuerpo docente, hay interés se seguir incorporando actividades de este tipo en los diferentes temas. Dada esta experiencia, se advierte entusiasmo y movilización por parte de los estudiantes frente a esta propuesta y desde la óptica docente, si bien se nota una mayor dedicación en la realización de las actividades, se sigue evaluando el impacto en el rendimiento estudiantil.

Conclusiones

Estimamos que el software, utilizado de forma adecuada, constituye una herramienta inestimable para la enseñanza de las Matemáticas en el ámbito universitario. Además, contribuye a que las materias resulten más atractivas para el alumno debido a que su relación con las nuevas tecnologías es más activa, y con ello se logra mayor participación.

Queda de manifiesto, que el uso del soft puede colaborar con la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje, dado que las tareas pueden ser rápidamente realizadas y verificadas con un cúmulo de variantes, más aún, considerando que en las bibliografías actuales ya se dispone de planteos para ejercitación haciendo uso de diferentes programas, disponibles en el medio.

Las apreciaciones de los estudiantes participantes fueron favorables, ya que estiman que el uso del recurso tecnológico citado en las actividades desarrolladas, fue propicio para el aprendizaje, ejercitación y consolidación de los conceptos en el tema abordado

Referencias Bibliografícas

- Álvarez, M. y otros. *Informática para docentes.* Editorial Anaya. Madrid. ,1984.
- Colmenares E. A. *Prácticas evaluativas, alternativas en contextos virtuales de aprendizaje*. EDUTEC. 2007.
- Garibay M. T., Angelote S. *Uso de las Tics en una asignatura de tipo presencial*. EDUTEC. 2007
- Macias Ferrer, D. *Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas.* Instituto de Estudios Superiores de Tamaulipas, México
- Millán Z, Gil Y. *Los recursos Tecnológicos como Nuevas Estrategias de Enseñanza Aprendizaje en la Universidad*. VI Conferencia Argentina de Educación Matemática. (VI CAREM). 2006.
- Millán Z, Gil Y. *Educación Matemática con Nuevas Tecnologías*. www/unsj-cuim.edu.ar/portalzonda/congreso. 2007.
- Ramírez García, E. y Santos Marín, N. *Recursos computacionales para la enseñanza aprendizaje de la matemática en la educación supe*rior. www.monografías.com
- Sarramona, J., *Presente y futuro de la Tecnología Educativa, Tecnología y Comunicación Educativas*, nº 23, Abril, Junio 1994.
- Tedesco, J., Editorial en Perspectivas, *Revista Trimestral en Educación Comparada. Dossier 103. Nuevas Tecnologías de la Educación II,* Vol XXVII, Nº 3 Septiembre 1997, UNESCO.
- Baldor, Aurelio. *Geometría plana y del espacio*. Ed: México: Grupo publicaciones cultural,2000