MODELIZACIÓN DE COCINAS SOLARES

Oscar Zárate[1,2,3], Ariel Scagliotti[1,2,3], María Llera[1,3], David Margarit[1,2,3]
1-UNGS, 2-Museo "Imaginario" UNGS, 3-Argentina
ozarate@ungs.edu.ar, ascaglio@ungs.edu.ar, mllera@ungs.edu.ar, dmargari@ungs.edu.ar

Palabras claves: Modelo, rayos, cocinas, parabólico, semiesférico, cónico, energía solar.

Resumen

Las prácticas de laboratorio cumplen un lugar fundamental en la enseñanza de la ciencia y la ingeniería. Una de las dificultades que se presenta es la disponibilidad de elementos y conocimientos de cálculo para llevar a cabo estas experiencias. En este trabajo se plantea un problema físico real y a través de él se conectan temas de modelado numérico y matemático, poniendo énfasis en argumentos geométricos, y la confección de tres cocinas solares. Las cocinas se confeccionaron con materiales accesibles de forma que la experiencia sea viable para realizar en escuelas y en las primeras materias de física de una carrera universitaria.

Introducción

Desde tiempos inmemorables, el hombre mira el sol y se sirve de él como fuente de energía y de vida. Podríamos decir que ya los primeros pobladores usaban cocinas solares para elaborar su alimento, como ser usando la radiación que emitían las piedras al calentarse por efecto del sol. Se tienen antecedentes de cocinas solares desde fines del siglo XVIII, pero hacia mediados del siglo XX, la Dra. María Telkes comenzó con los primeros estudios de las cocinas solares. Y los mismos son tan importantes en nuestros días que hasta se busca reaprovechar la energía del sol para mantener edificios enteros.

El Museo Interactivo de Ciencia, Tecnología y Sociedad "Imaginario", perteneciente a la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS) cuenta con un programa llamado "Valiciencia". Donde los guías del museo trasladan a los institutos secundarios y superiores una variedad de experiencias tipo taller con la finalidad de que se desarrollen en el ámbito usual de aprendizaje de los estudiantes.

Dentro de la valija de medio ambiente, se plantea una experiencia que es el armado de una cocina solar con materiales sencillos, económicos y de fácil acceso. En el presente trabajo se analizaron determinadas características: forma de la superficie reflectante, distancia del foco al vértice de la superficie e intensidad de la luz convergente. Estos estudios se realizaron en base a los diferentes modelos matemáticos planteados para este artefacto buscando aquellas que lo optimizan.

Los objetivos del presente trabajo son los siguientes:

- Vincular las actividades de las valijas en experiencias prácticas y de aplicación directa en diferentes niveles educativos, sobre aplicaciones de variados conceptos físicos y matemáticos.
- Introducir conceptos de modelado numérico en un problema específico para contemplar las aplicaciones de las herramientas matemáticas.
- Utilizar programas informáticos y de libre acceso para modelar un problema físico real.
- Analizar en forma comparativa diferentes parámetros como efectividad relativa de las caras reflectantes y cantidad de luz convergente en el eje de simetría.
- Relacionar esta experiencia con temas de Matemática, Física e Ingeniería en claro ejemplo de una experiencia integradora de las áreas.
- Cotejar resultados experimentales con los obtenidos de las simulaciones.

Para el modelado matemático se puso énfasis en argumentos geométricos, y para el modelado y simulación numérica se utilizo el programa Excel, Geogebra® y Cabri 3D®, por ser libres y de fácil acceso.

El modelo parabólico resultó ser el más efectivo en el modelado numérico, lo cual fue luego cotejado y comprobado con experiencias prácticas.

Fundamentación

La modelización matemática es esencial para el estudio de cualquiera de las materias de ciencias naturales, al mismo tiempo es en muchos problemas contar con herramientas de programación sencilla para el desarrollo de algunos problemas. Frecuentemente los estudiantes cursan las materias, y tratan las mismas por separado, sin relacionarlas. Esto causa problemas a la hora de resolver problemas o al momento de idear estrategias para resolver problemas abiertos.

Una de las principales dificultades que presentan los estudiantes es el aprendizaje significativo de los conceptos. A esto hay que añadirle la necesidad de utilizar herramientas de otras materias. En las carreras de ingeniería ocurre a menudo que las materias de cálculo numérico y las de matemática están desfasadas de las físicas. En general en los cursos de matemática se pone el énfasis en los cálculos, y en los cursos de calculo numérico se resuelven problemas abstractos. Por otro lado las primeras materias de física se ocupan de los estudios cinemáticas y dinámicos, pero pocas veces se dictan cursos introductorios que destaquen la importancia

de la experimentación en estas materias, o que se haga énfasis en el modelado numérico y matemático. Siendo la interconexión de estos temas vital para resolver problemas concretos y no meros modelos de laboratorio.

El concepto de energía ocupa un lugar trascendental hoy en día, es tan común que trasciende los distintos niveles educativos y es usado interdiciplinariamente no solo por las ciencias exactas, sino que también hace eco en temas como economía y sociedad.

El armado de los distintos tipos de horno requiere que los estudiantes retomen temas de geometría plana y se encuentren con la necesidad de utilizar argumentos de simetría. Todas estas herramientas son básicas y necesarias para el armado de los dispositivos de medición, y también el análisis necesario para el proceso de optimización de los hornos. Por otro lado, la modelización matemática requiere utilizar modelos poco utilizados en las clases tradicionales de estas materias.

A nivel didáctico, la caracterización y optimización llevada a cabo en el presente trabajo no solo permite al docente interconectar temas de modelado matemático, procesamiento de datos y de diseño ingenieril con temas de Física tales como termodinámica, óptica; sino que también vincula la ciencia con el desarrollo sustentable frente a la problemática energética y ambiental.

Finalmente, ante la necesidad de disponer de nuevas fuentes de energía renovables no contaminantes, existen en la actualidad numerosos esfuerzos interdisciplinarios por diseñar métodos y construir artefactos que cumplan con dichas expectativas. El Sol es la fuente de energía por excelencia en nuestro planeta, pero las tecnologías para su utilización aun no resultan lo suficientemente rentables como para reemplazar las actuales. Es por ello que se considera fundamental la investigación en busca de optimizar estas nuevas tecnologías y la formación para promover la concientización y lograr una continuidad en el desarrollo.

Desarrollo

La concentración de calor dentro del horno es analizada a través de argumentos basados en leyes de reflexión de óptica, trazado de rayos; y termodinámica, conceptos como eficiencia, calor, temperatura, radiación. Además se necesita conocer las ventajas y desventajas de utilizar materiales, con lo que es necesario discutir sobre su estructura. Lo esencial de esta propuesta es utilizar todos estos conceptos en forma integrada, para lograr con simulaciones sencillas que permitan discutir cuales son los parámetros de importancia en la elaboración de este tipo de artefacto.

Confección de los dispositivos

Los hornos solares usados en este trabajo fueron realizados en cartón, y revestidos de papel aluminio, en las caras internas. En cada uno de los dispositivos se utilizaron herramientas básicas de geometría para conseguir la forma deseada.

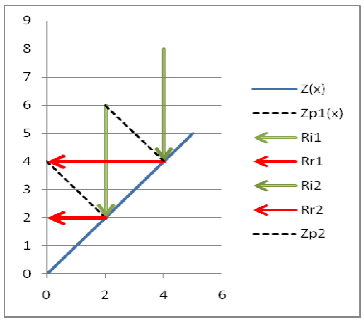
Fotografías del armado de los hornos

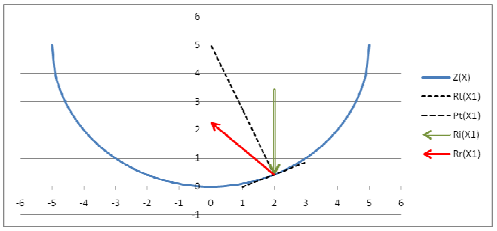
Como muestra en las fotografías anteriores, los hornos fueron elaborados con materiales sencillos. Se realizaron esquemas preliminares que sirvieron para dar soporte a los hornos y en los tres casos para lograr que las superficies de los mismos tengan la geometría necesaria para establecer comparaciones entre ellos.

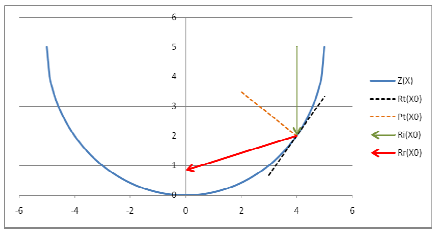
Desarrollo matemático

El sol es la principal fuente de energía de la tierra, dependiendo la latitud en la que nos encontremos los rayos de sol nos llegan con diferente inclinación, por lo que esto determinará las horas del día, y la intensidad con la que lleguen esos rayos a nuestros hogares. Este fenómeno tiene una importancia destacada para la utilización de un colector solar.

Por la distancia que nos separa, podemos considerar que la incidencia de los rayos de sol sobre la tierra es paralela, esto es: cada uno de los rayos que incide sobre nuestro colector solar es paralelo al más próximo. La geometría de nuestros colectores tiene una curvatura que produce que ciertos rayos sean reflejados. Estos rayos reflejados se pueden concentrar en un punto o a lo largo de una recta. A esto es lo que llamamos punto o plano focal.







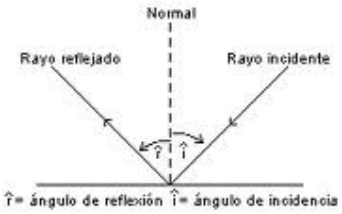
Simulación hecha con excel para el trazado de rayos de los tres modelos de horno

Para realizar las simulaciones, se consideró que los rayos llegaban paralelos a la superficie de los hornos y luego se hizo el trazado de rayos. Otra idealización que se realizó en este procedimiento fue considerar que la superficie donde los rayos incidían era perfectamente lisa, sin rugosidades.

Para el modelado matemático se utilizaron los programas Geogebra® y Cabri 3D®, de acceso libre en internet. El Geogebra® permitió trazar las diferentes curvas, rectas y circunferencias así como también la comprobación dinámica de los resultados. El Cabri 3D® permitió la modelización de las superficies en tres dimensiones.

Como ya se mencionó previamente, la modelización matemática a través de recursos informáticos será el modo por el cuál se realizarán las comparaciones entre los distintos modelos de cocinas solares. De este modo buscamos la apreciación y la fácil observación de los conceptos involucrados.
Se hizo una modelización en el plano, que son trasladables al espacio.

La utilización de la Ley de Reflexión de la luz, y la geometría de los modelos de las distintas superficies son los factores fundamentales analizados. En base a esto, se busco relaciones entre los rayos incidentes y reflejados con respecto a la normal al plano dependiendo de la geometría del modelo estudiado (cónico, semiesférico y parabólico).

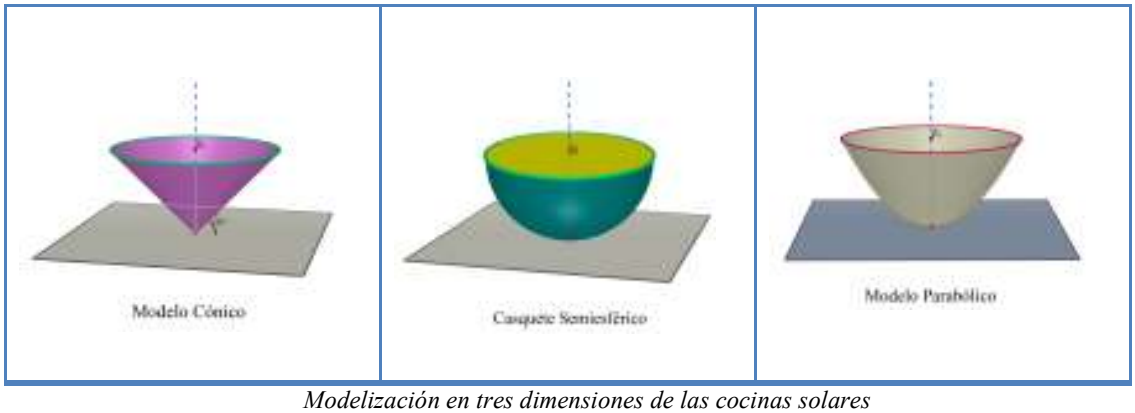


Los modelos reales (tridimensionales y con materiales de fácil acceso) fueron realizados una vez finalizado el desarrollo de modelización matemática en el plano por medio de los programas mencionados en la introducción. Esto fue con la intención de poder corroborar matemáticamente lo óptimo que pueden llegar a ser. Como se mencionó anteriormente, para utilizar la ley de reflexión para la incidencia de los rayos solares,

tomamos que todos llegan de manera paralela al eje de simetría (fundándonos en la distancia que existe entre La Tierra y el Sol).

Esta metodología la utilizamos con cada uno de los modelos a estudiar, determinando que tan eficientes pueden llegar a ser (suponemos mayor eficiencia a la convergencia de los rayos reflejados en un punto dado que esto nos dará una mayor concentración de los mismo y por ende, un mayor aumento de temperatura).

Una vez determinado en cada modelo el rendimiento que pueda llegar a tener, se mostrará un detalle de los resultados analizaos para cada uno de ellos. Comparando finalmente los tres modelos, su eficiencia y las ventajas que tiene cada una de las cocinas solares respecto a las otras.



Modelización en tres dimensiones de las cocinas solares

Convenciones utilizadas:

- En los tres diseños se ha tomado como característica común el área de entrada de los rayos incidentes. Esta área corresponde a una circunferencia de radio $r = |z_0|$ y centro z_0.
  A partir de dicha condición, se deducen las dimensiones para cada modelo.
- En todos los caso se considera los rayos incidentes paralelos al eje z.
- En virtud de la simetría axial que presenta cada modelo, es posible simplificar el trabajo reduciendo el estudio al plano (todos los resultados se pueden expandir fácilmente a R^3).

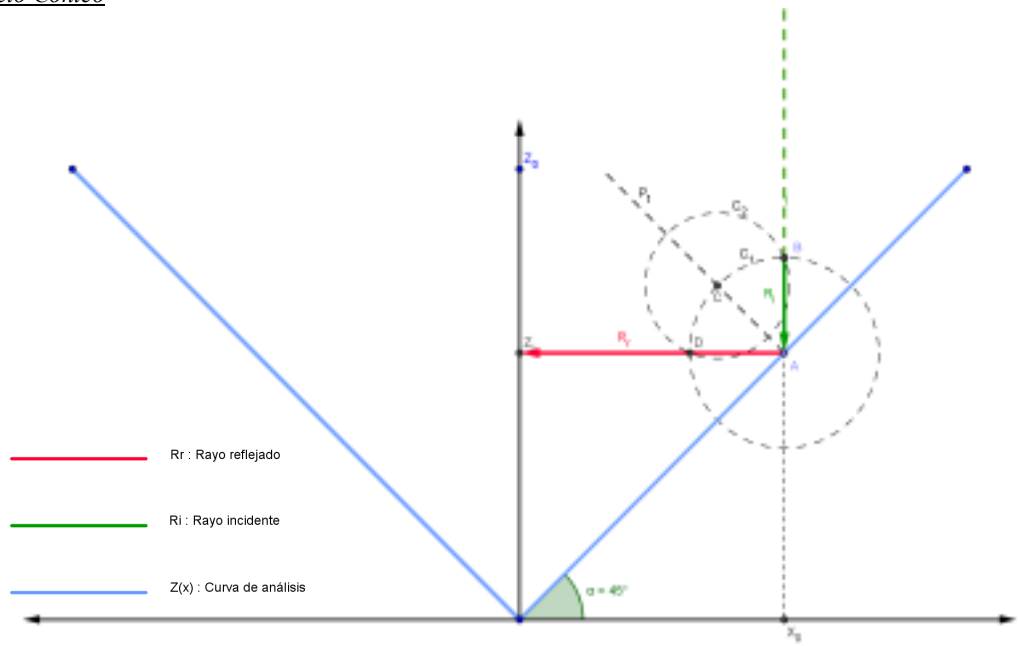
Herramientas de análisis y notación (Ley de reflexión de la óptica geométrica) utilizadas:

- R_i: Rayo incidente
- R_r : Rayo reflejado
- R_t : Recta tangente
- P_t : Perpendicular a la tangente
- Z(x): Curva de análisis.

De la ley de reflexión de la óptica geométrica, sabemos que el ángulo entre el rayo incidente y la normal al plano de incidencia es congruente al ángulo formado entre dicha normal y el rayo reflejado.
A continuación, se presenta un análisis detallado sobre una de las curvas, análogo para los otros dos modelos, de los cuales se presentan sólo las gráficas correspondientes.

Modelos analizados en el plano

Modelo Cónico



Construcción geométrica de R_i para el modelo cónico

En primera instancia, se buscó obtener una relación funcional entre Ri y Rr:

1. Para este modelo en particular: $z_{(x)} = R_{t(x)} = |x|$

Tomando luego $R_{t(x)} = x$, se calcula $P_{t(x)} = -x + z_{(x_0)}$

2. Se traza la circunferencia C_1 con centro en A y radio unidad.

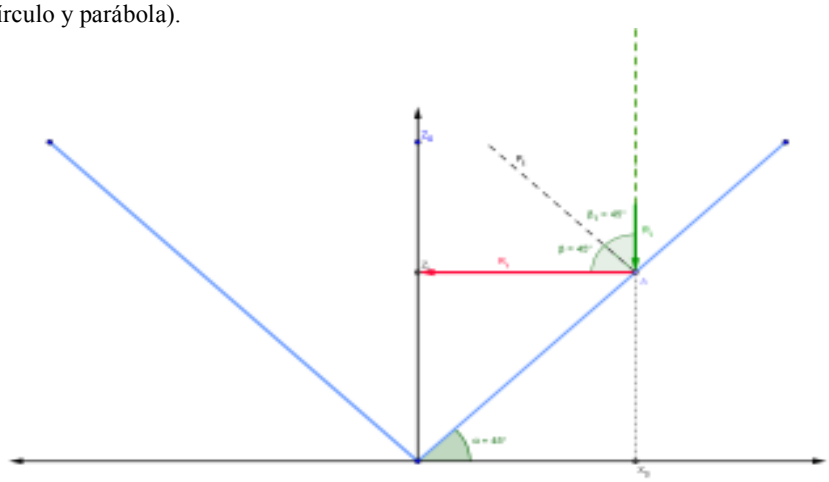
Luego : $R_i \cap C_1$ define el punto B, y $P_t \cap C_1$ define el punto C.

3. Haciendo centro en C y tomando radio $\overline{CB}$, se traza la circunferencia C_2.

4. $C_1 \cap C_2$ define el punto D.

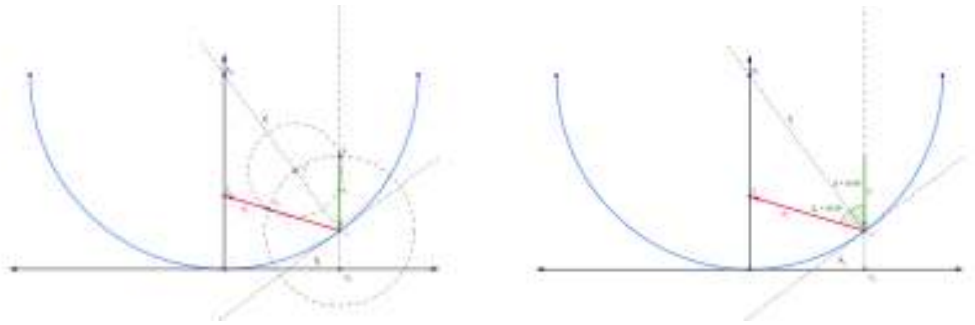
De C_1 se tiene que $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AC}$ y de C_2 que $\overline{DC} = \overline{BC}$. Por lo tanto, los triángulos ADC yACB son congruentes y los ángulos $D\hat{A}C \; y \; C\hat{A}B$ también lo son.

Este resultado se aplica a todos los puntos de la gráfica $z_{(x)}$, y se extiende a las otras dos curvas de análisis (semicírculo y parábola).



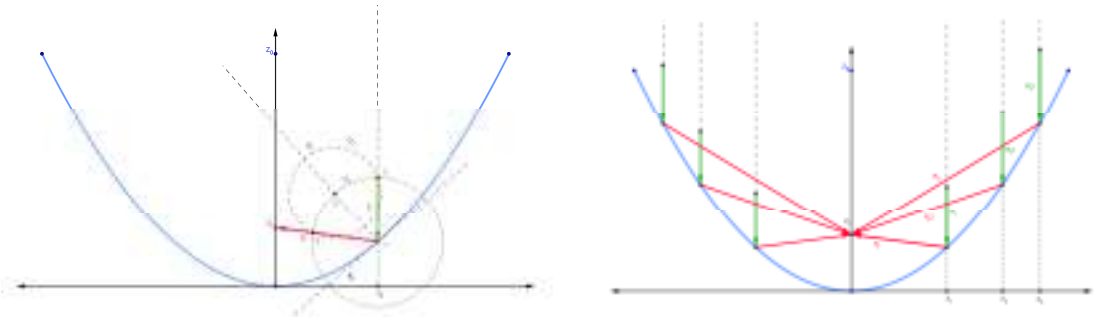
Trazado de rayos para el modelo cónico

Modelo de casquete semiesférico



Derecha: construcción geométrica para el modelo semiesférico. Izquierda: trazado de rayos para el modelo semiesférico

Modelo Parabólico



Derecha: construcción geométrica para el modelo parabólico. Izquierda: trazado de rayos para el modelo parabólico

Resultados

Modelo Cónico

- Ángulo de inclinación = 45°
- La relación Ri:Rr es 1:1.
- $\forall x \in [0, x], R_{r(x)} \cap z = z_i; para \quad z_i \in [0, z_0]$
- El desarrollo matemático nos muestra que los Ri se distribuyen en forma homogénea a lo largo del eje Z. Por lo tanto, no existe ningún punto preferencial donde se concentre un mayor número de Ri.

Modelo de casquete semiesférico

- El ángulo de inclinación variable, pues la tangente cambia punto a punto sobre la curva.
- La relación Ri:Rr ya no es 1:1. A medida que X → 0, los Ri se aproximan al eje Z y los Rr → $Z_0/2$.
  Si la longitud de la curva reflejante Z(x) se extiende desde x=-2 hasta x=2; el 90% de los rayos reflejados se concentrará entre los 2.25 y 2.5 sobre el eje Z.
- En este caso, la distribución de los Ri sobre el eje Z no es homogénea. Los Rr convergen al punto $Z_0/2$ a medida que los Ri se aproximan al eje Z.

Modelo Parabólico

- El ángulo de inclinación variable, pues la tangente cambia punto a punto sobre la curva.
- $\forall x \in Dom.de\ z_{(x)}; R_{r(x)} \cap z = z_{foco}$
- Este es el diseño más eficiente, pues, independientemente del punto donde incidan los rayos Ri, los Rr convergen a un único punto sobre el eje Z; el foco de la parábola.

Comparación con prototipos experimentales.

La reflexión de los rayos sobre un foco está dada por la geometría del sistema. El diseño de los dispositivos permite que los resultados obtenidos con análisis de simulaciones sean cotejados con los obtenidos experimentalmente.

A mayor concentración de rayos reflejados sobre un único punto mayor será la temperatura que alcance el sistema en dicho punto. Esto es sencillo de realizar con un termómetro de laboratorio, manteniendo el termómetro en el eje de la parábola podemos calcular los datos de temperatura en función del tiempo. Y con esto calcular cual es el calor obtenido en cada horno durante ese tiempo.

Esto permite no solo comparar los resultados obtenidos experimentalmente entre los dispositivos, sino que también nos permite chequear lo obtenido a través del trazado de rayos y los cálculos matemáticos.

Para un intervalo de tiempo fijo, el horno parabólico es el que eleva más temperatura, lo cual coincide con los argumentos matemáticos, ya que al concentrar la mayor cantidad de rayos es el que presenta mejor rendimiento.

Conclusiones

Las cotas de optimización mediante la relación superficie reflejante-rendimiento se utilizaron como lineamiento de trabajo a la hora de recolectar los datos empíricos posteriores. De este modo se pudo analizar mediante herramientas analíticas -informáticas las diferencias en la convergencia de los rayos reflejados en los tres modelos examinados y cotejarlos con valores obtenidos experimentalmente.

Respecto al modelo cónico, al no haber un punto definido de convergencia, ya que dependiendo de la distancia x del rayo incidente con respecto al eje de simetría, tiene un punto de reflexión distinto. Se ve claramente el bajo rendimiento que existe, los rayos reflejados convergen uniformemente a través del eje y no en un punto. Por esto, determinamos que el modelo cónico es el menos eficiente.

Continuando en un orden ascendente de rendimiento, seguimos con el modelo de casquete semiesférico. A diferencia del caso anterior, donde la convergencia de los rayos es homogénea, los rayos se ven reflejados convergiendo a un rango del eje de simetría. Cabe destacar que los rayos convergen a un punto para este modelo solamente cuando los rayos incidentes (paralelos al eje de simetría) son muy cercanos a dicho eje. Dado que cuando los rayos inciden en la cara interior del casquete a distancias lejanas del eje no convergen al foco. Por esto, determinamos que el modelo semiesférico tiene un buen rendimiento, aunque debido al detalle anterior, no es del todo eficiente dado que no todos los rayos incidentes convergen en un mismo punto (aunque la mayoría lo haga).

Concluyendo en el orden de eficiencia ascendente, se ve como el modelo de paraboloide es el de mayor eficiencia. A diferencia de los casos anteriores, no debemos tener una distancia de preferencia al eje de simetría para la incidencia de rayos paralelos. En este caso, sin importar la distancia x al eje, todos los rayos convergerán a un punto específico (algo que ocurre en la mayoría de los rayos reflejados del modelo semiesférico y que directamente no pasa en el caso cónico). Es por esto que, en base al estudio con herramientas matemáticas e informáticas aplicadas al mismo, determinamos que el modelo parabólico es el que tiene mayor rendimiento entre los tres estudiados.

Un análisis de este tipo permite a los estudiantes interconectar procedimientos y temas de diferentes materias, siendo esto elemental en carreras como ingeniería donde los estudiantes deben aprender a resolver problemas reales. Por otro lado, el problema energético es un tema actual e interdisciplinario y el abanico de posibilidades sobre los cuales poder repasar conceptos y discutir problemas es muy variado.

La experiencia fue llevada a cabo en aulas, bajo diferentes condiciones y en distintos niveles educativos con resultados exitosos.

Referencias bibliográficas

- Haber-Schaim, Cross, Dodge, Walter, *Física PSSC.* Editorial Reverté S.A., 1980. Barcelona, Bogotá, Buenos Aires, Caracas, México, Río de Janeiro.
- Raquel Abrate, Marcel Pochulu, *Diseño y resolución de problemas para la clase de geometría*. Universidad Nacional de Villa María, 2008. Villa María, Córdoba.
- Shyam S. Nandwani. *Solar cookers: cheap technology with high ecological benefits*. Laboratorio de Energía Solar, Departamento de Fisica, Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica. Received I 1 September 1995: accepted 23 January 1996.
- Alfredo Esteves. *cocina solar abierta de reflector plano*. Laboratorio de ambiente humano y vivienda (lahv) - incihusa - cricyt – conicet.
- Fernandez, I; Gil Perez, D.; Carrascosa, J.; Cachapuz, A. y Praia, J. .Visiones deformadas de la ciencia transmitidas por la enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 20(3), 477-488, España. 2002.
- Aedenat, CC.OO., CGT(1995): "Una propuesta para el desarrollo de la energía solar fotovoltaica"
- www.energias-renovables.com
- www.renovae.org/olimpiadasolar
- www.itccanarias.org
- Hech, Eugene; Zajac, Alfred "Óptics" Addison-Wesley Iberoamericana : Delaware, 1986. 586p.