FORTALECIENDO EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN BIOINGENIERÍA: UNA ACTIVIDAD INTERDISCIPLINARIA

Ravera, Emiliano Pablo; Añino, María Magdalena; Pita, Gustavo; Merino, Gabriela

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina.

emilianoravera@bioingenieria.edu.ar

Palabras Claves: Interdisciplinariedad, Matemática en Bioingeniería, Formación del Pensamiento Profesional.

Resumen: La Bioingeniería es en esencia una profesión multidisciplinar. Este aspecto se hace evidente en el ámbito profesional del Bioingeniero, debiendo estar capacitado para interactuar con expertos de otras áreas. En este trabajo se presenta el desarrollo de una actividad interdisciplinaria que relaciona los cursos de Matemática de los primeros años de la carrera con la asignatura Biomecánica. El diseño de la misma se realizó en el marco de un proyecto de Investigación-Acción, que tiene por objetivo realizar mejoras en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. En este trabajo se describe el diseño e implementación de una experiencia que acerca al estudiante de los cursos de Matemática de los primeros años a un aspecto del quehacer propio del Bioingeniero.

1. INTRODUCCIÓN

La Ingeniería Biomédica o Bioingeniería es una rama de la Ingeniería de reciente crecimiento. En nuestro país esta disciplina tiene sus comienzos hace ya 25 años en nuestra universidad (Universidad Nacional de Entre Ríos). La ingeniería, en general, y la Bioingeniería, en particular, son esencialmente profesiones multidisciplinarias. Este aspecto se hace evidente en el ámbito profesional cuando se requiere encontrar soluciones a problemas biológicos o médicos a través del diseño y aplicación de tecnologías las cuales están basadas en disciplinas básicas tales como Matemática, Física e Informática. Asimismo, el Bioingeniero debe estar capacitado para interactuar con expertos de otras áreas como Medicina, Economía y del Medio Ambiente. Nuestro plan de estudios presenta 48 asignaturas obligatorias, 126 horas de estudio para realizar asignaturas optativas, prácticas profesionales y el desarrollo de un proyecto final. Durante los primeros tres años el estudiante adquiere fuertes bases en Matemática, Física, Química, Biología e Informática.

Un Bioingeniero debe ser un profesional con sólidas bases en Matemática, no sólo porque es la base de las tecnologías aplicadas en el cuidado de la salud sino también porque brinda un lenguaje para la modelización y simulación.En consecuencia los docentes del departamento de Matemática comienzan a buscar nuevas estrategias que fomenten el aprender a aprender y el desarrollo de actividades interdisciplinarias. El diseño e implementación de las mismas se realiza en el marco de un proyecto de Investigación-Acción. El desarrollo de estrategias didácticas interdisciplinarias en el ámbito de enseñanza en Ingeniería es un punto de interés en creciente desarrollo para numerosos investigadores a nivel internacional [1] [2].

En este trabajo se presenta el desarrollo de una actividad interdisciplinaria que relaciona conceptos de los cursos de Matemática de los primeros años de la carrera con disciplinas del ciclo superior que acercan al estudiante a aspectos del quehacer propio del Bioingeniero. Surge así la necesidad de responder la siguiente pregunta: ¿Qué problemas de la Bioingeniería pueden ser resueltos mediante simples modelos Matemáticos y a su vez resulten motivadores y que puedan ser correctamente comprendidos por estudiantes de los primeros años de la carrera?

Así encontrar la respuesta adecuada a esta pregunta condujo al desarrollo de un trabajo entre los miembros del equipo que se desempeñan en las cátedras de Cálculo Vectorial y Ecuaciones Diferenciales y profesores pertenecientes al área de Biomecánica para el diseño de tareas de laboratorio de computación que incluyen los conceptos de ambas asignaturas [3].

2. FUNDAMENTACIÓN

2.1 ¿Qué significa hacer un “Trabajo Interdisciplinario”?

Una revisión de bibliográfica indica que las definiciones más frecuentemente citadas para el término interdisciplinariedad son:

Thompson Klein and Newell definen al “estudio interdisciplinario” como un proceso de búsqueda de soluciones de un problema que es demasiado amplio o complejo para ser tratado adecuadamente por una sola disciplina o profesión. [4].

Boix Mansilla también define al “entendimiento interdisciplinario” como la capacidad de integrar conceptos y modelos que involucren conocimientos de dos o más disciplinas para producir un adelanto cognitivo, explicar un fenómeno, resolver un problema, crear un producto, plantear una nueva pregunta, lo cual habría sido poco probable a través de los conocimientos de una sola disciplina [5].

La definición de investigación interdisciplinaria, recientemente presentada por la Academia Nacional de Ciencia, la Academia Nacional de Ingeniería, y el Instituto de Medicina ha ganado gran reconocimiento:

La investigación interdisciplinaria es un modo de investigación llevada adelante por equipos o individuos que integra información, datos, técnicas, herramientas, perspectivas, conceptos y/o teorías de dos o más disciplinas o cuerpos de conocimiento especializado, para mejorar la comprensión de un fenómeno o para resolver problemas cuyas soluciones están fuera del alcance de una sola disciplina o área [6].

La interdisciplinariedad en educación superior está creciendo como un modo de aprendizaje que implica la exploración de temas, resolución de problemas, la comprensión de situaciones, a través de la integración y síntesis de teorías o métodos elaboradas en diferentes disciplinas, Figura 1. Estas definiciones conducen a que la interdisciplinariedad involucra:

1.- Un proceso de resolución de un problema complejo: Un proyecto de investigación interdisciplinar está motivado por la necesidad de comprender y/o resolver un problema particular complejo del mundo real. En este contexto, el término "complejidad" significa que el problema involucra diferentes “subproblemas” y que cada uno tiene un carácter disciplinario diferente.

2.- Así, en la definición del problema, es necesario distinguir los aspectos que requieren la contribución de diferentes disciplinas para encontrar soluciones. La interdisciplinariedad es un "proceso" que comienza con un problema y que requiere aclaración de perspectivas diferentes para producir una síntesis coherente [7].

3.- El análisis de un problema desde diferentes perspectivas disciplinares: No hay verdadera interdisciplinariedad sin disciplinas. Una disciplina queda definida por los fenómenos que estudia, el tipo de datos que recoge, los supuestos que hace, su epistemología o reglas sobre lo que constituye evidencia o prueba, sus conceptos, teorías y métodos [7].

4.- El verdadero desafío de la interdisciplinariedad consiste, por un lado en tomar como punto de partida las diferentes disciplinas, con sus conceptos, métodos, lenguaje específico, y por otro lado, hacer el esfuerzo para que tales diferencias no impidan la comunicación.

5.- Integración interdisciplinaria: Es el proceso de la combinación creativa de ideas y conocimientos de diferentes disciplinas y de otras fuentes para producir una comprensión más global o un avance cognitivo. La integración es lo que finalmente distingue a la interdisciplinariedad genuina de la multidisciplinariedad. De acuerdo a Richards en la multidisciplinariedad cada disciplina brinda su aporte de manera independiente sin ningún intento de síntesis integradora con otras disciplinas [8].

6.- Un avance cognitivo: la integración interdisciplinaria es un medio para alcanzar un objetivo y no un fin en sí mismo. Este "fin" o resultado o producto es un "avance cognitivo", tal como la explicación de un fenómeno, la creación de un producto, el planteo de una nueva pregunta, la propuesta de una solución [5].

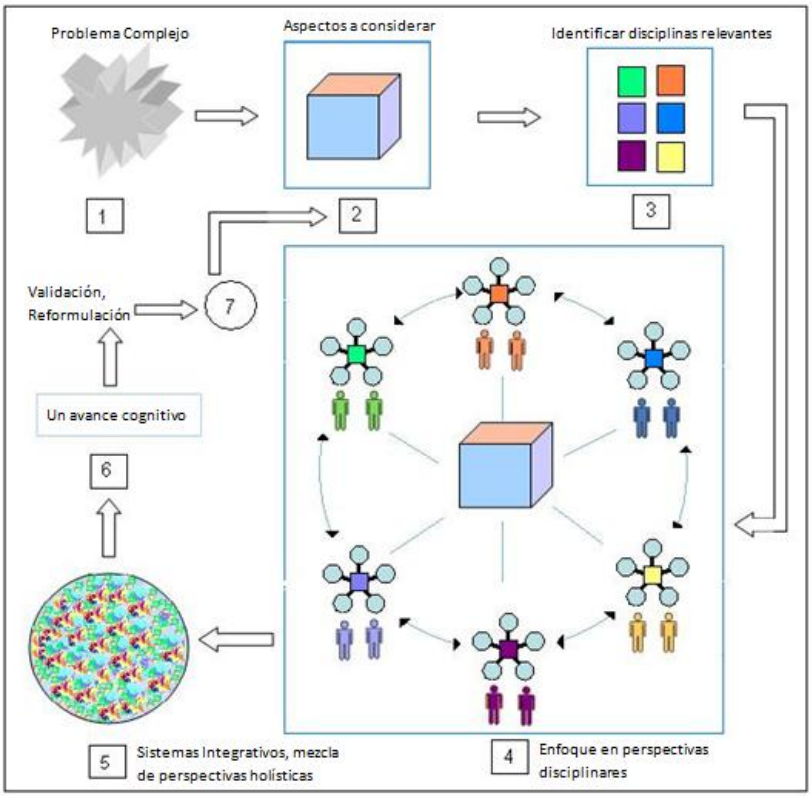

Figura 1: Esquema de Pensamiento Interdisciplinar

2.2 Metodología: Investigación-Acción

Este trabajo interdisciplinario es llevado a cabo como un proyecto de Investigación-Acción (AR, Action–Research). AR es una metodología que permite el abordaje de un problema en un contexto o comunidad. Esto también incluye programas de acción para la mejora continua [9]. Aplicado al aula, AR es un enfoque para mejorar el proceso de enseñanza y de aprendizaje mediante ciclos que incluyen: diagnóstico de la situación, diseño e implementación de estrategias que permitan mejoras y reflexión sobre lo realizado y sus alcances. El docente es al mismo tiempo investigador y en el proceso es crítico y reflexivo. La metodología induce al cambio y el docente es quien los genera con la participación del estudiante y otros colaboradores [10] [11] [12].

3. DESARROLLO

3.1 Nuestro Trabajo Interdisciplinario

La elección de Biomecánica como una fuente de situaciones de la vida real y de modelos para el desarrollo de una actividad interdisciplinaria en Ecuaciones Diferenciales está basada en el hecho que los conocimientos previos necesarios para el análisis y entendimiento de modelos simples fueron vistos en el curso de Física Mecánica con anterioridad. A su vez los modelos de movimiento son tópicos muy atractivos para los estudiantes de Bioingeniería por su aplicación en el análisis de diferentes deportes y en el estudio de la rehabilitación de patologías frecuentes. Estos modelos también están presentes en animaciones tridimensionales, robótica, y en avances tecnológicos recientes como el uso de exoesqueletos.

En un comienzo, los profesores focalizaron sus actividades en examinar el contenido de ambas materias, las características del software a utilizar en las actividades de laboratorio, las publicaciones científicas y textos de biomecánica en los cuales están presentes los contenidos (Tabla Nº 1) de la asignatura Ecuaciones Diferenciales.

Tabla 1: Ecuaciones Diferenciales – Contenidos Mínimos (UNER, plan 2008)

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden	Sucesiones y Series. Resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias mediante series.	Ecuaciones Diferenciales Parciales.
Lineales de orden n Homogéneas y No Homogéneas.	Sistemas Lineales	Método de las Series de Potencias.	Método de separación de variables. Aplicación de la serie de Fourier
No lineales de primer orden con Variables Separables.	Sistemas No lineales (Sistemas autónomos)	Aplicación de la serie de Fourier.	Ecuación de la onda. Ecuación del calor.

Asimismo se busca el desarrollo de una actividad práctica que vincule Ecuaciones Diferenciales y Biomecánica y además incorpore de manera intuitiva diversos conceptos de otras asignaturas de la carrera. El objetivo de la misma es motivar al estudiante, colocarlo en situaciones que lo fuercen a aplicar conceptos matemáticos para resolver problemas planteados en otras disciplinas, acercarlo a escenarios en los cuales experimenten la necesidad de integrar conocimientos de diferentes disciplinas, con diferentes lenguajes, estimulando formas de pensamiento que necesitará poner en juego en su futuro desempeño profesional como Bioingeniero. Recordemos que saber no es conocimiento, sino lo que se hace con los conocimientos. El desafío entonces para el grupo de docentes es diseñar una actividad que contemple estos objetivos y tenga en cuenta que sus destinatarios son estudiantes de segundo año de la carrera. Se analiza la posibilidad de visitar el Laboratorio de Biomecánica de manera que los alumnos puedan observar alguna experiencia allí realizada y obtener datos reales para luego ser utilizados en la actividad práctica de la asignatura Ecuaciones Diferenciales. Dentro de los temas más importantes y recurrentes en el análisis de datos reales se encuentra el concepto de ruido inherente a una señal real y relacionados con él aparecen los conceptos de filtro y energía de una señal analizada. Todos estos temas son abordados por los estudiantes de Bioingeniería en asignaturas como Procesamiento de Señales y Electrónica Digital. A partir del análisis bibliográfico realizado y de las entrevistas efectuadas a docentes de Biomecánica se selecciona el tema del Trabajo Práctico interdisciplinario: "Análisis de datos reales obtenidos en el Laboratorio de Biomecánica mediante aproximaciones por Series Trigonométricas de Fourier (Tabla 2). Introducción al espectro discreto de Amplitud".

Tabla 2: Representación de una función periódica $f(t)$ con la serie de Fourier, $T = 2\pi/\omega_0$

Representación de la Serie	Coeficiente de Fourier
$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$	$a_n = \frac{2}{T}\int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cos n\omega_0 t \; dt$
	$b_n = \frac{2}{T}\int_{\frac{-T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\sin n\omega_0 t \; dt$
$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \emptyset_n)$	$A_n = (a_n^2 + b_n^2)^{1/2}$
	$\emptyset_n = -\tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$

Se formularon entonces los objetivos de la actividad:

Que el estudiante:

- → Aplique las Series de Fourier para representar una señal real obtenida a través de procedimientos realizados en el laboratorio de Biomecánica de la Facultad de Ingeniería.
- → Construya el Espectro Discreto de Amplitud.
- → Comprenda la información que brinda el Espectro Discreto de Amplitud en el dominio de la frecuencia.
- → Observe el ruido que presentan señales reales.
- → Relacione la información obtenida a partir del Espectro discreto de Amplitud de señales reales con el ruido inherente a los fenómenos de medición involucrados en la adquisición de las mismas.
- → Incorpore intuitivamente el concepto de ruido y los fundamentos de las técnicas (filtros) que se utilizan para su eliminación.

4. RESULTADOS

4.1 Datos Reales

Una visita al laboratorio de biomecánica fue planificada para que los alumnos tomen contacto con las técnicas utilizadas en la toma de datos videográficos en el campo laboral como se observa de manera esquemática en la Figura 2. De estos datos se utilizan solamente los correspondientes a la posición de la cadera en el plano sagital durante todo el ciclo de marcha. La Figura 3 muestra el desplazamiento vertical de la posición de la cadera en correlación con el porcentaje de ciclo de marcha.

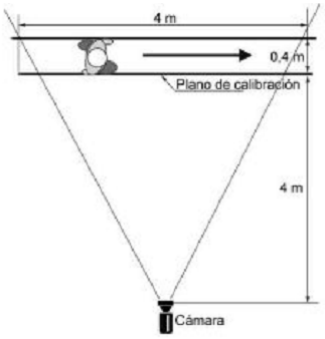

Figura 2: Esquema setup de laboratorio de Biomecánica FI-UNER

Estas señales Biomecánicas pueden ser de interés para discriminar patrones que presenten notables diferencias entre la caminata y la carrera [13] [14]. Los datos obtenidos son utilizados para preparar el trabajo práctico de laboratorio correspondiente al tema Series de Fourier. Se realizan las simplificaciones y adecuaciones necesarias para que un estudiante de segundo año pueda comprender y resolver el problema planteado. Se supone entonces que todos los pasos de la marcha se realizan de manera cíclica bajo un mismo patrón, de esta manera se plantea la hipótesis que la señal Biomecánica que se analizará es periódica con un período igual a la longitud del paso de la persona.

En este trabajo práctico los alumnos utilizan el software matemático MATLAB, orientados por una guía preparada especialmente. Leen el archivo correspondiente a los datos, calculan los coeficientes de Fourier y construyen el Espectro discreto de amplitud (Figura 3). Obtenidos los coeficientes de la Serie Trigonométrica de Fourier se realiza una aproximación de la señal con algunos términos de la serie trigonométrica de Fourier. Así el alumno experimenta y observa, a través de la representación gráfica de las sumas parciales con diferente número de términos, como estas aproximaciones se van acercando a la señal real y en paralelo el Espectro Frecuencial de Fourier. Para encontrar los valores de los coeficientes de Fourier aplican métodos de resolución numérica (Integración por Método de Trapecio), conceptos adquiridos en asignaturas del área Informática. Esta actividad permite integrar conceptos de Matemática Informática para resolver un problema propio de la Bioingeniería. En particular, como las señales biomecánicas presentan generalmente bajas frecuencias [15], el estudiante puede observar que las altas frecuencias presentes en el espectro de la señal adquirida puede ser atribuido al ruido inherente a los procesos usados en la adquisición de los datos (Figura 3).

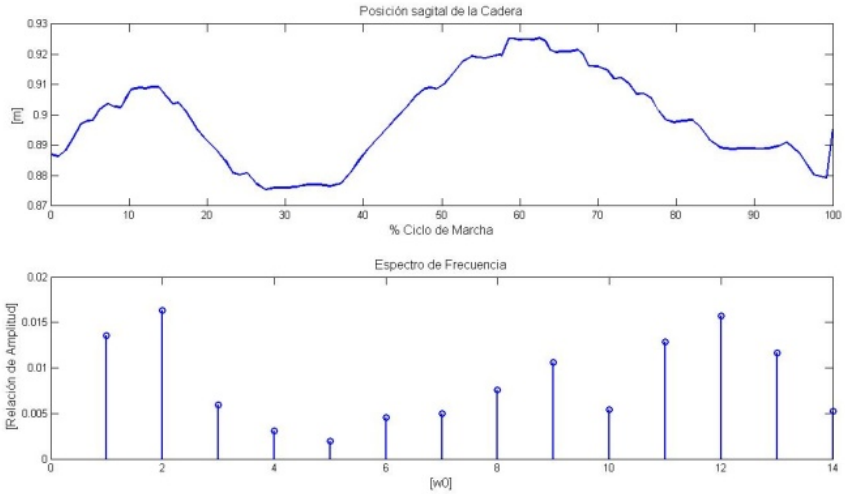

Figura 3: Señal datos cadera y su Espectro de Amplitud

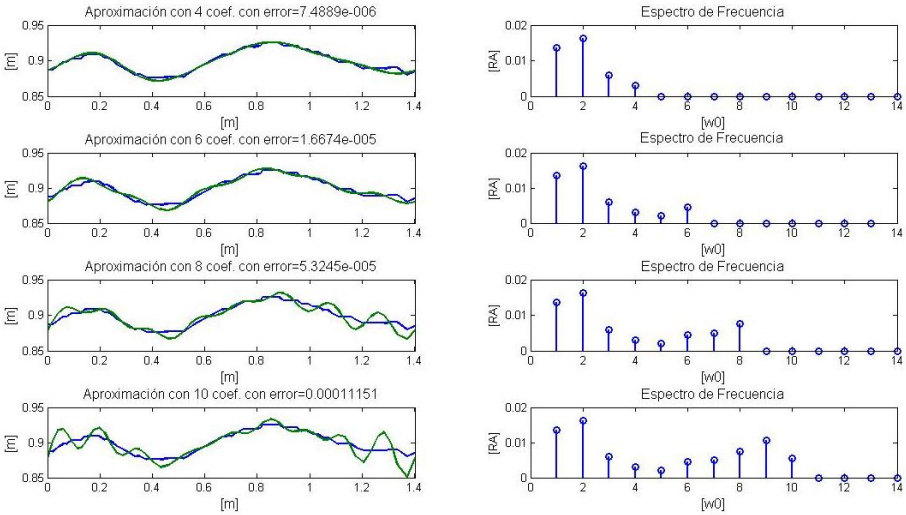

Figura 4: Representación de la Aproximación mediante Series de Fourier con su Espectro de Amplitud

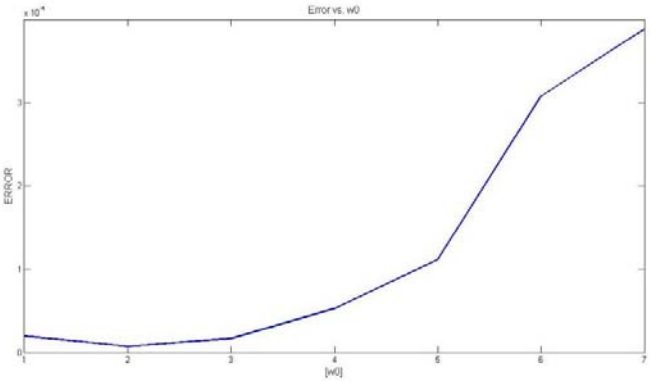

Figura 5: Relación del error con el incremento de componentes frecuenciales

En la Figura 4 se muestra la relación que existe entre los diferentes conceptos discutidos, brindando al alumno una herramienta gráfica que busca arraigar de manera intuitiva en el alumno conceptos más abstractos como análisis

de ruido de señales reales. A su vez permite visualizar algunos conceptos teóricos que aparecen en libros específicos de Biomecánica [14] [15] en lo que respecta a la relación del Espectro de Fourier de este tipo de señales el incrementa el error cuando tenemos en cuenta anchos de banda superiores al de la propia señal cuando queremos reconstruir la señal pura, Figura 5.

Concluida la experiencia los estudiantes deben presentar un informe escrito con los resultados observados. De esta manera se fortalecen las técnicas de escritura de informes, usuales en su futura vida profesional. En este informe deben utilizar el lenguaje de las diferentes disciplinas involucradas en el práctico, describiendo técnicas e interpretando resultados. El texto debe tener una organización y claridad que permita ser comprendido aún por lectores que no presenten su misma formación curricular. Esta situación se presentará a futuro con regularidad en el ámbito laboral, ya que un Bioingeniero en general formará parte de grupos multidisciplinares, en los cuales lograr una comunicación clara es el primer paso para sumar conocimientos en pos de resolver un problema.

5. CONCLUSIONES

Como resultado de esta experiencia, se concluye que el desarrollo de una actividad compartida entre asignaturas de los diferentes departamentos con el fin de diseñar nuevas estrategias didácticas es posible. La implementación del práctico resultó enriquecedora tanto para el alumno como para los docentes involucrados. En la etapa del diseño los profesores experimentaron el trabajo interdisciplinario, la vivencia de las dificultades encontradas y salvadas ayuda a reflexionar sobre las mismas y a encontrar estrategias para facilitar en nuestros estudiantes el desarrollo de habilidades que potencien la comunicación entre disciplinas.

Por otra parte, a través del práctico, se presentó al estudiante la vinculación de las Series de Fourier con otras asignaturas de la carrera (Figura 6) lo que puede contribuir a mejorar la valoración de los conceptos aprendidos en los cursos básicos y aumentar la motivación para continuar en la carrera.

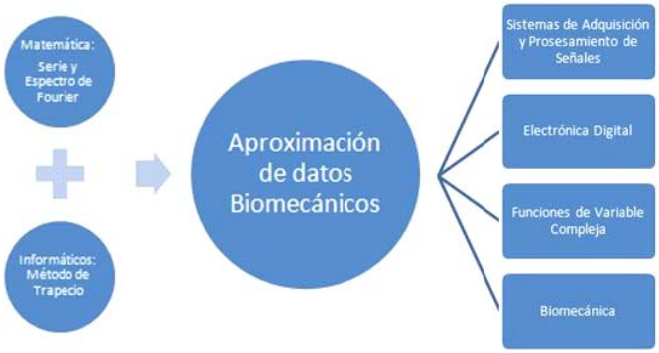

Figura 6: Interdisciplinariedad del problema particular.

Esto abre la posibilidad de mejorar la articulación de contenidos entre las ciencias básicas, ciencias aplicadas, y la formación de prácticas profesionales.

Los resultados del año académico de los últimos tres años se presentan en la siguiente Tabla 3:

Tabla 3: Rendimiento Académico de Ecuaciones Diferenciales

Condición \ Año Lectivo	2008	2009	2010
Promoción	40 %	45 %	47 %
Regular	45 %	39 %	29 %
Libre	15 %	16 %	24 %

Estos trabajos comenzaron a realizarse en el año 2009 y se ve un notable incremento en el número de alumnos que llegan a la condición de promoción. Este resultado podría atribuirse a un aumento en la motivación y al acompañamiento que los docentes realizan a través de actividades de evaluación continua y formativa [3]. El porcentaje de alumnos que quedan en condición de libre puede atribuirse a otros factores como ser el número de asignaturas que cursan en paralelo con Ecuaciones Diferenciales, la formación previa en Matemática, Física e Informática y otros de índole personal. En este sentido se está trabajando en conjunto con el área de Asesoría Pedagógica de la Facultad para realizar un análisis de la situación que permita un diagnóstico a partir del cual iniciar otras acciones.

En las encuestas realizadas los estudiantes han manifestado su entusiasmo por los trabajos de laboratorio con problemas que relacionan temas de matemática con diferentes áreas de la Bioingeniería. Cabe destacar la actuación de los jóvenes bioingenieros, que inician su carrera docente en el Departamento Matemática, como mediadores que facilitan la articulación entre los diferentes laboratorios. Agradecimientos

Al Laboratorio de Biomecánica de la FI-UNER por la colaboración y disposición para poder efectuar esta actividad.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Lueny Morell, "The Imperative to Perform Engineering Education," in *International Engineering Education Conference*, Antalya, Turkey, 2010, p. 6.

[2] María Magdalena Añino et al., "Interdisciplinarity: Perspectives for the design of Didactic strategies in Engineering," , Antalya, Turkey, 2010, pp. 123-128.

[3] Maria M. Añino et al., "Action Research: A way to generate new approaches to teaching mathematics in Bioengineering," *Education Engineering (EDUCON), 2010 IEEE*, pp. 1385-1390, 2010.

[4] Julie Thompson Klein and W. H. Newell, "Advancing Interdisciplinary Studies," in *Handbook of the Undergraduate Curriculum: A Comprehensive Guide to Purposes, Structures, Practices and Change*, J. Gaff and J. Ratcliff, Ed. San Francisco: Jossey-Bass, 1997, pp. 393-415.

[5] Veronica Boix Mansilla, "Assessing student work al disciplinary crossroads," in *GoodWork® Project*, Jeff Solomon, Ed.: Harvard University, 2004, pp. 1-19.

[6] National Academy of Engineering Committee on Engineering Education, *Educating the Engineer of 2020: Adapting Engineering Education to the New Century*, II ed., Committee on the Engineer of 2020, Ed. Washington: National Academies, 2005.

[7] Allen F. Repko, *Interdisciplinary Research: Process and Theory*. Londond: Sage Publications, Inc, 2008.

[8] Donald G. Richards, "The Meaning and Relevance of "Synthesis" in Interdisciplinary Studies," *Journal of General Education*, vol. 45, no. 2, pp. 114-128, 1996.

[9] John Elliott, *Reflecting Where the Action Is: The Selected Works of John Elliott*.: Routledge, 2006.

[10] Kurt Lewin, *Resolving social conflicts : selected papers on group dynamics*, Gertrude Weiss Lewin, Ed. New York: Harper & Row, 1948.

[11] Dorothy Valcarcel Craig, *Action Research Essentials*.: John Wiley & Sons, 2009.

[12] Wilfred Carr and Stephen Kemmis, *Becoming Critical: Education, Knowledge and Action Research*.: Deakin University Press, 1986.

[13] ChewYean Yam, Mark S. Nixon, and John N. Carter, "Automated person recognition by walking and running via model-based approaches," *Pattern Recognition*, no. 37, pp. 1057-1072, 2004.

[14] C. L. Vaughan, B. L. Davis, and J. C. O´Connor, *Dynamics of Human Gait*, Second edition ed.: Kiboho, 1999.

[15] D. A. Winter, *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*, Second edition ed.: Wiley-Interscience, 1990.