ANÁLISIS DE ERRORES EN LOS EXÁMENES DE ADMISIÓN DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE QUILMES

Vera, Osmar; Volta, Luciana
Universidad Nacional de Quilmes, Argentina
overa@unq.edu.ar, lvolta@unq.edu.ar

Área Temática: Investigación educativa
Palabras claves: categorización de errores, sugerencias de intervención, Ciencia y Tecnología

ABSTRACT

Los errores son datos objetivos que encontramos permanentemente en los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemática. Resulta conveniente su conocimiento, ya que proveen información sobre las dificultades con que los alumnos interpretan los problemas y los diferentes procedimientos que utilizan para alcanzar una meta. Presentamos un estudio realizado sobre los errores encontrados en los exámenes de admisión del año 2010 en la Universidad Nacional de Quilmes, para el área de Ciencia y Tecnología, además de una serie de sugerencias de intervención para ayudar a los estudiantes a no incurrir en los mismos.

INTRODUCCIÓN

Al estudiar los errores encontrados en los exámenes de los aspirantes al ingreso directo, reconocemos que surgen en función de varias variables del proceso educativo: el profesor, el currículo, el entorno social y sus relaciones. Una delimitación de las causas de un error dado es con frecuencia bastante difícil debido a la fuerte interacción entre las variables existentes (Radatz, 1979). Los resultados obtenidos en los exámenes de admisión en los últimos años en la Universidad Nacional de Quilmes para el Departamento de Ciencia y Tecnología han sido deficientes. El examen de admisión que ofrece esta Universidad, para el Eje Lógico- Matemático de dicho Departamento pretende recuperar un conjunto de contenidos básicos de la matemática. Resulta conveniente el conocimiento de los errores, ya que proveen de información sobre la forma en que los alumnos interpretan los problemas y utilizan los diferentes procedimientos para alcanzar el éxito.

MARCO TEÓRICO

La posición cognitiva sugiere que la mente no es una página en blanco. El alumno tiene un conocimiento anterior que parece suficiente y establece en su mente un cierto equilibrio, estos son los significados personales globales (Godino y Batanero, 1994; Godino y Font, 2007). En la adquisición de un nuevo conocimiento hay que tener en cuenta que éste debe tener significado para el alumno, que debe asumir la responsabilidad de la construcción del saber y considerar los problemas como suyos.

Muchas investigaciones en Didáctica de la Matemática centraron su mirada en el análisis de los errores como tema de interés para la educación matemática (Paralea, 1998), y si bien en la didáctica tradicional se considera al error como punitivo, en la didáctica constructivista ocupa un lugar ponderado, ya que equivocarse es una posibilidad de aprendizaje. Veamos algunas posiciones frente al tema.

Bruosseau, Davis y Werner (1986) señalan que los errores son frecuentemente el resultado de la aplicación de algún procedimiento no correcto y generalmente sistematizado. Suelen ser la respuesta a nociones inadecuadas sobre la matemática.

Rico (1995) señala: "*Los errores son datos objetivos con los que nos encontramos permanentemente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática; constituyen un elemento estable de dichos procesos"* (p. 76); mientras que Socas (1997) sostiene: *El error va a tener procedencias diferentes, pero, en todo caso, va a ser considerado como la presencia en un alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste.* (p. 125) .

Utilizaremos la clasificación de Radatz (1979) basada en el procesamiento de la información, para categorizar los errores encontrados en los exámenes, presentamos esa tipología de errores a continuación:

1. ***Errores debidos a dificultades del lenguaje.***
El aprendizaje de conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es para muchos similar a aprender una lengua extranjera.

2. ***Errores debidos a dificultades para obtener información espacial.***

En la realización de las tareas matemáticas, las diferencias de cada individuo para pensar e imaginar mediante imágenes espaciales generan dificultades.

3. ***Errores debidos a un aprendizaje deficiente.***
Incluyen las deficiencias de conocimiento sobre hechos, destrezas, conocimientos previos, contenidos, conocimientos específicos para la realización de la tarea matemática.

4. ***Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez de pensamiento.***
La falta de flexibilidad para interpretar y decodificar la nueva información puede ser producida por la rigidez que genera la utilización de un modo habitual de problemas similares.

5. ***Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.***
A menudo encontramos aplicadas estrategias en situaciones en las que no son admisibles.

En la figura 1, mostramos un resumen de la categorización que terminamos de exponer, en la misma se observa un centro donde se ubicarían errores; de allí se desprenden las categorías del mismo sugeridas por Radatz(1979) que, tal como lo indicamos, seguimos para este trabajo

Figura 1.Clasificación de los errores según Radatz (1979)

MARCO METODOLÓGICO

I. Instrumento de Medición y Muestra

El examen de admisión, voluntario, es requisito necesario para ingresar directamente a las carreras de nuestra Universidad: su aprobación (junto a dos exámenes de otros ejes) implica comenzar a cursar las asignaturas en forma inmediata. El instrumento que consta de seis problemas abiertos, cada uno formado por varios apartados para limitar la posible respuesta, se pasó en dos turnos diferentes; en cada uno de ellos hubo 4 variantes, diferían en los valores numéricos, en las letras utilizadas, o en la ubicación de los elementos en los gráficos. Un tipo se incluye en anexo en este trabajo. Se presentaron 257 estudiantes y todos fueron evaluados en febrero de 2010.

Escogimos para el análisis la totalidad de las evaluaciones y analizaremos los problemas 2, 3, 4, 5 y 6.

II. Tratamiento de la Información

Primeramente se estudió cada problema, detectando los errores cometidos, para luego clasificarlos bajo alguna/s de la/s categorías señaladas por Radatz (1979) que enumeramos de la siguiente manera: **(1) Debidos a las dificultades del lenguaje; (2) Debidos a un aprendizaje deficiente; (3) Debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez de pensamiento, (4) Debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.** Algunos errores fueron clasificados en más de una categoría.

ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN Y SUGERENCIAS

En la Tabla 1 se muestra un análisis cuantitativo de los errores encontrados en cada problema analizado, la cantidad de veces que se repiten en cada caso y la/s categoría/s según Radatz (1979) a la/s que lo/s hemos asociado. Por ejemplo en el problema 2 se encontraron un total de 2 *errores por falta de conocimientos/ aplicación de propiedades o herramientas* (que asociamos con las categorías *(2)* y *(3)*), sobre un total de 65 aspirantes que presentaron alguna solución al problema.

Tabla 1. Clasificación de los errores por problema.

	Problema 2	**Categoría**	**#Errores**
	interpretación de consigna	1 y 2	3
	falta de conocimiento/ aplicación de propiedades o herramienta	2 y 3	2
	componer la ecuación de la recta (común, paralela o perpendicular)	2	9
	Intersección de la recta y la función cuadrática (no encuentra los dos puntos, no justifica con cálculo, etc.)	2 y 3	10
Error	grafico la recta o la parábola	2	3
	resolución de la ecuación cuadrática, al encontrar las raíces de la función cuadrática	2	5
	Componer la función cuadrática	2	12
	Componer el gráfico de una circunferencia	2	8
	Intersección de la función cuadrática y la circunferencia (no encuentra los dos puntos, no justifica con cálculo, etc.)	2 y 3	7
	No resuelve		192
	Problema 3	**Categoría**	**#Errores**
	interpretación de consigna	1 y 2	3
	mal uso de la fórmula de la distancia, áreas y/o ecuaciones	2, 3 y 4	9
Error	Componer la recta (común y perpendicular)	2	14
	Componer el gráfico de una circunferencia	2	18
	Error en la intersección de las rectas	2 y 4	1
	No resuelve		214
	Problema 4	**Categoría**	**#Errores**
	falta de conocimiento/aplicación de propiedades o herramientas	2 y 3	33
Error	Componer gráfico de una función trigonométrica	2	22
	No resuelve		201
	Problema 5	**Categoría**	**#Errores**
	interpretación de consigna	1 y 2	3
Error	Mal uso de la trigonometría. Cálculos incoherentes con las medidas	2 y 3	16
	utilización del gráfico ilustrativo o equívoca realización del gráfico (Error en el gráfico de la diagonal el cubo)	1,2 y 3	27
	No resuelve		201
	Problema 6	**Categoría**	**#Errores**
	interpretación de consigna	1 y 2	7
Error	Planteo	1,2 y 3	19
	manejo de porcentajes	2	16
	No resuelve		162

Sugerencias de intervención para cada problema

De acuerdo con los errores observados, exponemos las siguientes sugerencias de intervención, las hemos clasificado por problema analizado:

Problema 2:Insistir en la composición de la ecuación de la recta, de la función cuadrática y de la ecuación de la circunferencia, utilizando diversos elementos que las componen ó de sus gráficas.Proponer además problemas en los que se relacionen e intercepten las rectas, las parábolas y circunferencias; mostrando en gráficos adecuados dicha intersección. Insistir en la realización de una representación gráfica, por la ayuda que brindan junto a la comprobación analítica de los resultados.

Problema 3: Trabajar con el plano coordenado utilizando los beneficios de la gráfica. Profundizar en el cálculo de distancias y áreas, el manejo y armado de rectas y circunferencias. Utilizar los sistemas de ecuaciones lineales y sus distintas maneras de resolución.

Problema 4: Mostar la utilidad fenomenológica de cada componente en las funciones trigonométricas, como podría ser la periodicidad tanto ocupando signos como en los gráficos. Proponer situaciones y tareas en los que se busquen máximos, mínimos y ceros de dichas funciones a través de fenómenos reales.

Problema 5: Mostrar la utilidad de las relaciones trigonométricas. Proponer problemas con gráficos dados y viceversa. Formular problemas para que los alumnos puedan deducir las leyes del coseno, seno y tangente.

Problema 6: Insistir en la correcta lectura de los problemas, remarcando cuáles son los datos que se dan y qué es lo que se pide hallar. Desmitificar la excesiva dificultad de los que tiene enunciados "largos". Proponer problemas en los que se utilicen porcentajes y reglas de tres en situaciones cotidianas.

Sugerencias según las categorías propuestas por Radatz (1979)

a) La mayor cantidad de errores hallados son los *debidos a un aprendizaje deficiente*. Las deficiencias acarreadas por los adolescentes no sólo se ven en estas tareas analizadas, sino también durante el transcurso del Curso de Ingreso. Por ello, durante el dictado de los mismos debería hacerse hincapié en los conocimientos que los alumnos suponen o traen sabidos. Como docentes debemos averiguar si realmente trabajaron los conocimientos de una manera adecuada; y debemos profundizar los conceptos y contenidos.

b) Luego aparecen los *errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez de pensamiento* acompañados con los de la categoría *(2)*. Las asociaciones incorrectas y la rigidez de pensamiento pueden ser producto de una resolución mecánica de problemas matemáticos. El alumno puede asociar ciertas palabras, expresiones, fórmulas, con determinadas situaciones y trate de utilizarlas según su recuerdo. Durante el dictado del Curso de Ingreso sería deseable se enfatizara en las razones que llevan a la equívoca asociación y/o rigidez de pensamiento. Proponer contraejemplos en los que sea evidente que la asociación que pretenden hacer no es correcta. Este tipo de actividades deben ser previamente pensadas y analizadas, con la ayuda de los errores encontrados.

c) Luego, los *errores debidos a las dificultades del lenguaje* aparecen acompañados con los de las categorías *(2)* y *(3)*. Las dificultades con el uso del lenguaje matemático, podrían deberse a la falta de contacto y utilización. Durante el dictado del Curso de Ingreso debería gradualmente incorporarse esta nueva manera de escribir leer e interpretar. No favorece al alumno facilitarle los enunciados usando un lenguaje cotidiano. Incorporar el lenguaje matemático paulatinamente brinda una mayor seguridad y autoestima; y evita se generen más errores por no haber entendido lo que pedía el enunciado del problema. Es de mucha ayuda para los alumnos el detenernos y explicar una expresión matemática cada vez que la escribimos, de este modo podrá familiarizarse con este lenguaje de signos. El utilizar un libro de texto como guía, puede ayudar tanto a estudiantes como a profesores para enseñar esta lengua nueva.

d) La categoría asociada a los *errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes,* aparece recién en los últimos lugares, relacionada a muy pocos errores hallados; y asociada a las categorías *(2)* y *(3).* Probablemente aplicar estrategias o reglas irrelevantes se deba a que el estudiante una y otra vez recurre a resolver las tareas usando las herramientas que en alguna situación resultaron exitosas, aunque sean aplicadas ahora sin fundamento. A menudo no se chequean las condiciones necesarias para su aplicación. La confrontación del alumno con un problema en el que pueda ver que sus estrategias no funcionan, o que sus resultados no coinciden con lo que se espera como respuesta, puede ser de gran ayuda. Las situaciones problemáticas deberían elegirse, para generar en el alumno un desafío y no una sensación de frustración.

CONCLUSIONES

Las cuatro categorías propuestas por Radatz (1979) fueron halladas en los exámenes analizados. La mayoría de los errores encontrados se correspondieron con *un aprendizaje deficiente.* Las carencias que traen los aspirantes frente de los niveles escolares inferiores sobre los contenidos parece ser la principal causa de errores. Luego siguen los errores por *asociaciones incorrectas o a la rigidez de pensamiento*. Esas carencias podrían recaer directamente sobre lo metodológico y lo conceptual, y ocasionar asociaciones incorrectas. Ambas categorías se llevaron el 70 % de los errores encontrados.

Si bien los *Errores debidos a las dificultades del lenguaje* tuvieron baja incidencia, el uso de una notación matemática estricta pudo haber originado errores por una incorrecta interpretación o una lectura incierta.

La aplicación de reglas o estrategias irrelevantes tuvo la menor incidencia. Para este tipo de errores se necesita un plan de acción por parte del alumno (correcto o no), que en estos exámenes no fue evidente pues quedaron problemas íntegros sin resolver.

Teniendo en cuenta este análisis, es necesario diseñar y aplicar nuevos problema y estrategias que apunten a subsanar los errores y a favorecer la permanencia de los alumnos en los cursos iniciales, evitando el rápido desgranamiento.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G., Davis, R. & Werner, T. (1986). Observing Students al Work. En Christiansen, B. Howson, G. Otte, M. (Eds.) *Perspectives on Mathematics Education*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14* (3), 325-355. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf Fecha de acceso: 15-11-10.

Godino, J. D. y Font, V. (2007). *Algunos desarrollos de la teoría de los significados sistémicos.* Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm Fecha de acceso: 04 -06-10.

Paralea Medina, M. M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. Tesis doctoral. Universidad de la Laguna. Disponible en ftp://tesis.bbtk.ull.es/ccppytec/cp90.pdf Fecha de acceso: 15 -11-10.

Radatz, H (1979). Errors Analysis in Mathematics Education. J*ournal for Reserch in Mathematics Education. Vol. 9*, 163-172.

Rico, L. (1995). *Errores en el aprendizaje de las Matemáticas*. En Kilpatrick, J.; Rico, L y Gómez, P. (Editores) *Educación matemática*. Méjico: Grupo Editorial Iberoamérica.

Socas Robayna, M.M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.

ANEXO

Enunciado de problemas analizados del Examen de suficiencia

2) Sea $f(x)$ la función lineal cuya gráfica corta a la parábola $g(x) = 2x^2 + 2x - 12$ en el punto de abscisa 3 y el vértice.

a) Determinar la pendiente de $f(x)$.

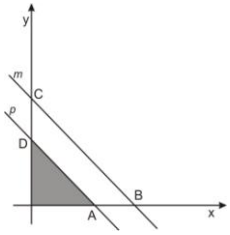
b) Determinar las coordenadas de todos los puntos de intersección de ambas curvas.

c) Graficar ambas funciones.

3) El triángulo sombreado de la figura tiene dos de sus lados sobre los ejes coordenados, y el tercero sobre la recta p. El área del triángulo es 9 y la altura excede a la base en 3 unidades. Si la recta m es paralela a p:

a) Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas y tiene su centro en *B*.

b) Calcular el área del cuadrilátero *ABCD*.



4) Dada $f(x) = 2sen(4x - \Pi)$:

a) Graficar dos períodos de la función. ¿Cuál es el máximo valor de $f(x)$?

b) Si $x \in \left[\frac{\Pi}{3}; \frac{\Pi}{6}\right]$, resolver $f(x) = 0$. Justificar.

5) Calcular el valor exacto de la longitud de la diagonal de un cubo cuyas aristas miden 4 cm. Justificar.

6) El próximo fin de semana un supermercado tiene la siguiente oferta en café:

6 x 4, lleve 6 y pague 4, siendo el precio unitario de $12, 59.

Otro supermercado publicó el mimo artículo en esta oferta:

Llevando dos artículos iguales, del segundo paga solo un 30 %.

Si se pretende comprar café con tarjeta de crédito para obtener el reintegro del 4,13 % del valor de la compra en concepto de IVA, ¿cuál debe ser el precio unitario del producto en el segundo supermercado para que convenga comprarlo allí?

<u>Formato de los problemas del segundo turno de exámenes (4 temas):</u>

2) La función cuadrática $f(x)$ tiene un vértice en el centro de la circunferencia $(x+4)^2 + (y-2)^2 = r^2$. Si ambas curvas tienen en común el punto (2;10):

a) Determinar la expresión correspondiente de la función cuadrática.

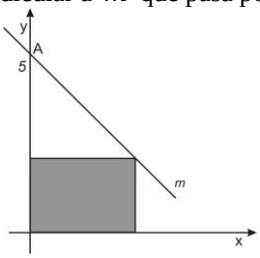
b) ¿Cuál es el radio de la circunferencia?

c) Determinar las coordenadas de todos los puntos de intersección entre ambas curvas.

3) El rectángulo sombreado de la figura tiene dos de sus lados sobre los ejes coordenados, y un vértice sobre la recta m. El área del triángulo es 18 y la base excede a la altura en 3 unidades.

a) Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas y tiene su centro en *A*.

b) Determinar la ecuación de la recta perpendicular a m que pasa por (1;3).



6) Un joven desea adquirir una bicicleta cuyo precio es de $675. Si la paga al contado, se le hace una bonificación del 5 % del valor. Como no tiene todo el dinero, puede abonar el 20 % al contado y el resto en cinco cuotas mensuales; de esta forma no recibe la bonificación y sufre un recargo del 5 % sobre la suma que abona mensualmente.

a) ¿Cuál es el precio de la bicicleta si la abona al contado?

b) ¿Cuál es el precio de cada una de las cinco cuotas?

c) Un amigo le propone una tercera opción: prestarle el dinero para pagarla al contado y luego se lo devuelva en siete cuotas de $100 cada una. ¿Cuál de las dos posibilidades le conviene más?

Los problemas 4 y 5 son como los expuestos en el primer turno.